



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY




OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# DIGITÁLNÍ UČEBNÍ MATERIÁL

|   |   |
|---|---|
| <b>škola</b>  | Střední škola F. D. Roosevelta pro tělesně postižené, Brno, Křižíkova 11  |
| <b>číslo projektu</b>   | CZ.1.07/1.5.00/34.1037  |
| <b>číslo učebního materiálu</b>                                 | VY_32_INOVACE_ZIL_VEL_123_18  |
| <b>předmět, tematický celek</b>                                 | Základy elektrotechniky a elektroniky   |
| <b>ročník</b>   | První, druhý, třetí   |
| <b>datum vytvoření</b>  | 2013  |
| <b>anotace</b>  | Materiál obsahuje teoretický úvod a řešené příklady na téma návrh kombinačního obvodu   |
| <b>metodická poznámka</b>                                       | Určeno pro práci s dataprojektorem a bílou keramickou tabulí. Příklady lze řešit na tabuli, nebo je mohou žáci řešit samostatně a nakonec pro kontrolu výsledků odhalit správné řešení. |
| <b>autor</b>  | Ing. Olga Žilková   |
| <b>licence (není-li vyplněno, je materiál ze zdrojů autora)</b> |   |



# Kombinační logický obvod



## Návrh z NANDů





3



# Karnaughova mapa

- se používá pro minimalizace logických funkcí pomocí převedení pravdivostní tabulky
- velikost Karnaughovy mapy závisí na počtu vstupních proměnných, resp. na počtu řádků pravdivostní tabulky
  - mapa má  $2^n$  buněk, kde  $n$  je počet vstupních proměnných
- po vyplnění mapy se jedničky seskupují do tzv. smyček

| Stavový index | A | B | C | D | X |
|---------------|---|---|---|---|---|
| 0             | 0 | 0 | 0 | 0 |   |
| 1             | 0 | 0 | 0 | 1 |   |
| 2             | 0 | 0 | 1 | 0 |   |
| 3             | 0 | 0 | 1 | 1 |   |
| 4             | 0 | 1 | 0 | 0 |   |
| 5             | 0 | 1 | 0 | 1 |   |
| 6             | 0 | 1 | 1 | 0 |   |
| 7             | 0 | 1 | 1 | 1 |   |
| 8             | 1 | 0 | 0 | 0 |   |
| 9             | 1 | 0 | 0 | 1 |   |
| 10            | 1 | 0 | 1 | 0 |   |
| 11            | 1 | 0 | 1 | 1 |   |
| 12            | 1 | 1 | 0 | 0 |   |
| 13            | 1 | 1 | 0 | 1 |   |
| 14            | 1 | 1 | 1 | 0 |   |
| 15            | 1 | 1 | 1 | 1 |   |

**Pravdivostní tabulka a  
Karnaughova mapa**  
kombinace vstupních  
proměnných

|                        | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------------|------------------|------------|------|------------|
| $\bar{\bar{A}}\bar{B}$ | 0000             | 0001       | 0011 | 0010       |
| $\bar{A}B$             | 0100             | 0101       | 0111 | 0110       |
| $AB$                   | 1100             | 1101       | 1111 | 1110       |
| $A\bar{B}$             | 1000             | 1001       | 1011 | 1010       |

| Stavový index | A | B | C | D | X |
|---------------|---|---|---|---|---|
| 0             | 0 | 0 | 0 | 0 |   |
| 1             | 0 | 0 | 0 | 1 |   |
| 2             | 0 | 0 | 1 | 0 |   |
| 3             | 0 | 0 | 1 | 1 |   |
| 4             | 0 | 1 | 0 | 0 |   |
| 5             | 0 | 1 | 0 | 1 |   |
| 6             | 0 | 1 | 1 | 0 |   |
| 7             | 0 | 1 | 1 | 1 |   |
| 8             | 1 | 0 | 0 | 0 |   |
| 9             | 1 | 0 | 0 | 1 |   |
| 10            | 1 | 0 | 1 | 0 |   |
| 11            | 1 | 0 | 1 | 1 |   |
| 12            | 1 | 1 | 0 | 0 |   |
| 13            | 1 | 1 | 0 | 1 |   |
| 14            | 1 | 1 | 1 | 0 |   |
| 15            | 1 | 1 | 1 | 1 |   |

## Pravdivostní tabulka a Karnaughova mapa stavový index

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|------|------------|
|                  | 00               | 01         | 11   | 10         |
| $\bar{A}\bar{B}$ | 0                | 1          | 3    | 2          |
| $\bar{A}B$       | 4                | 5          | 7    | 6          |
| $AB$             | 12               | 13         | 15   | 14         |
| $A\bar{B}$       | 8                | 9          | 11   | 10         |



6



# Karnaughova mapa - smyčky

## ■ smyčka

- tvoří jí buňky se sousedícími stranami
- může se uzavírat i přes hrany a rohy mapy
- počet buněk ve smyčce musí být  $2^n$ 
  - $2^0 = 1$  buňka,  $2^1 = 2$  buňky,  $2^2 = 4$  buňky,  $2^3 = 8$  buněk,  $2^4 = 16$  buněk
  - **čím větší smyčka, tím lepší minimalizace**
- smyčky se mohou vzájemně překrývat



7



## příklady minimalizace

### ■ nachová smyčka $\bar{D}$

- leží na řádcích

$$\bar{A}\bar{B} \quad \bar{A}B \quad A\bar{B} \quad AB$$

- mění se všechny proměnné, proto ani jednu nepíšeme do výsledného součinu

- leží ve sloupcích

$$\bar{C}\bar{D} \quad C\bar{D}$$

- nemění se proměnná  $\bar{D}$

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|------|------------|
| $\bar{A}\bar{B}$ | 1                | 0          | 0    | 1          |
| $\bar{A}B$       | 1                | 0          | 0    | 1          |
| $AB$             | 1                | 0          | 0    | 1          |
| $A\bar{B}$       | 1                | 0          | 0    | 1          |
| 00               |                  |            |      |            |
| 01               |                  |            |      |            |
| 11               |                  |            |      |            |
| 10               |                  |            |      |            |



8



## příklady minimalizace

### ■ žlutá smyčka $A \cdot \bar{B}$

- leží na řádku  $A \bar{B}$ 
  - nemění se ani jedná proměnná, zapíše se všechny do výsledného součinu

- leží ve sloupcích

$\bar{C} \bar{D}$     $\bar{C} D$     $C D$     $C \bar{D}$

- mění se všechny proměnné, proto ani jednu nepíšeme do výsledného součinu

|                   | $\bar{C} \bar{D}$ | $\bar{C} D$ | $C D$ | $C \bar{D}$ |
|-------------------|-------------------|-------------|-------|-------------|
| $\bar{A} \bar{B}$ | 00                | 01          | 11    | 10          |
| $\bar{A} \bar{B}$ | 0                 | 0           | 0     | 0           |
| $\bar{A} B$       | 0                 | 0           | 0     | 0           |
| $A \bar{B}$       | 0                 | 0           | 0     | 0           |
| $A B$             | 1                 | 1           | 1     | 1           |





9



## příklady minimalizace

### ■ červená smyčka A.B.C.D

- leží na řádku **AB**
- leží ve sloupci **CD**

### ■ zelená smyčka $\bar{A} . \bar{C} . \bar{D}$

- leží na řádcích  $\bar{A} B$   $\bar{A} \bar{B}$ 
  - nemění se proměnná  $\bar{A}$
- leží ve sloupci  $\bar{C} \bar{D}$

### ■ minimalizovaný výraz

$$A.B.C.D + \bar{A} . \bar{C} . \bar{D}$$

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|------|------------|
| $\bar{A}\bar{B}$ | 00               | 01         | 11   | 10         |
| $\bar{A}B$       | 1                | 0          | 0    | 0          |
| $AB$             | 0                | 0          | 1    | 0          |
| $\bar{A}\bar{B}$ | 0                | 0          | 0    | 0          |
| 10               | 0                | 0          | 0    | 0          |



# Karnaughova mapa

10

0

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|------|------------|
| $\bar{A}\bar{B}$ | 0                | 0          | 0    | 0          |
| $\bar{A}B$       | 0                | 0          | 0    | 0          |
| $AB$             | 0                | 0          | 0    | 0          |
| $A\bar{B}$       | 0                | 0          | 0    | 0          |

1

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|------|------------|
| $\bar{A}\bar{B}$ | 1                | 1          | 1    | 1          |
| $\bar{A}B$       | 1                | 1          | 1    | 1          |
| $AB$             | 1                | 1          | 1    | 1          |
| $A\bar{B}$       | 1                | 1          | 1    | 1          |



11



K.L.O.

Navrhněte kombinační logický obvod realizovaný pomocí NANDů pro funkci:

- $X(A, B, C, D) = 1(0, 1, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14)$

Vyplňte pravdivostní tabulku.

Zjednodušte výraz pomocí Karnaughovy mapy

Nakreslete zapojení s NANDy.

| Stavový index | A | B | C | D | X |
|---------------|---|---|---|---|---|
| 0             | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1             | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2             | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3             | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4             | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5             | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6             | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7             | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 8             | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 9             | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 10            | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 11            | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12            | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 13            | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14            | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 15            | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

$$X(A,B,C,D) = 1(0, 1, 5, 8, 9, 10, 12,13, 14)$$

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|------|------------|
|                  | 00               | 01         | 11   | 10         |
| $\bar{A}\bar{B}$ | 1                | 1          | 0    | 0          |
| $\bar{A}B$       | 0                | 1          | 0    | 0          |
| $AB$             | 1                | 1          | 0    | 1          |
| $AB$             | 1                | 1          | 0    | 1          |

| Stavový index | A | B | C | D | X |
|---------------|---|---|---|---|---|
| 0             | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1             | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 2             | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3             | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4             | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5             | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6             | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7             | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 8             | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 9             | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 10            | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 11            | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12            | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 13            | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14            | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 15            | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |

$$X(A,B,C,D) = 1(0, 1, 5, 8, 9, 10, 12, 13, 14)$$

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$     | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|----------|------------|
|                  | 00               | 01         | 11       | 10         |
| $\bar{A}\bar{B}$ | <b>1</b>         | <b>1</b>   | <b>0</b> | <b>0</b>   |
| $\bar{A}B$       | <b>0</b>         | <b>1</b>   | <b>0</b> | <b>0</b>   |
| $AB$             | <b>1</b>         | <b>1</b>   | <b>0</b> | <b>1</b>   |
| $A\bar{B}$       | <b>1</b>         | <b>1</b>   | <b>0</b> | <b>1</b>   |

|                  | $\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{C}D$ | $CD$ | $C\bar{D}$ |
|------------------|------------------|------------|------|------------|
| $\bar{A}\bar{B}$ | 1                | 1          | 0    | 0          |
| $\bar{A}B$       | 0                | 1          | 0    | 0          |
| $AB$             | 1                | 1          | 0    | 1          |
| $A\bar{B}$       | 1                | 1          | 0    | 1          |

$$X = \bar{C}.D + \bar{B}.\bar{C} + A.\bar{D}$$

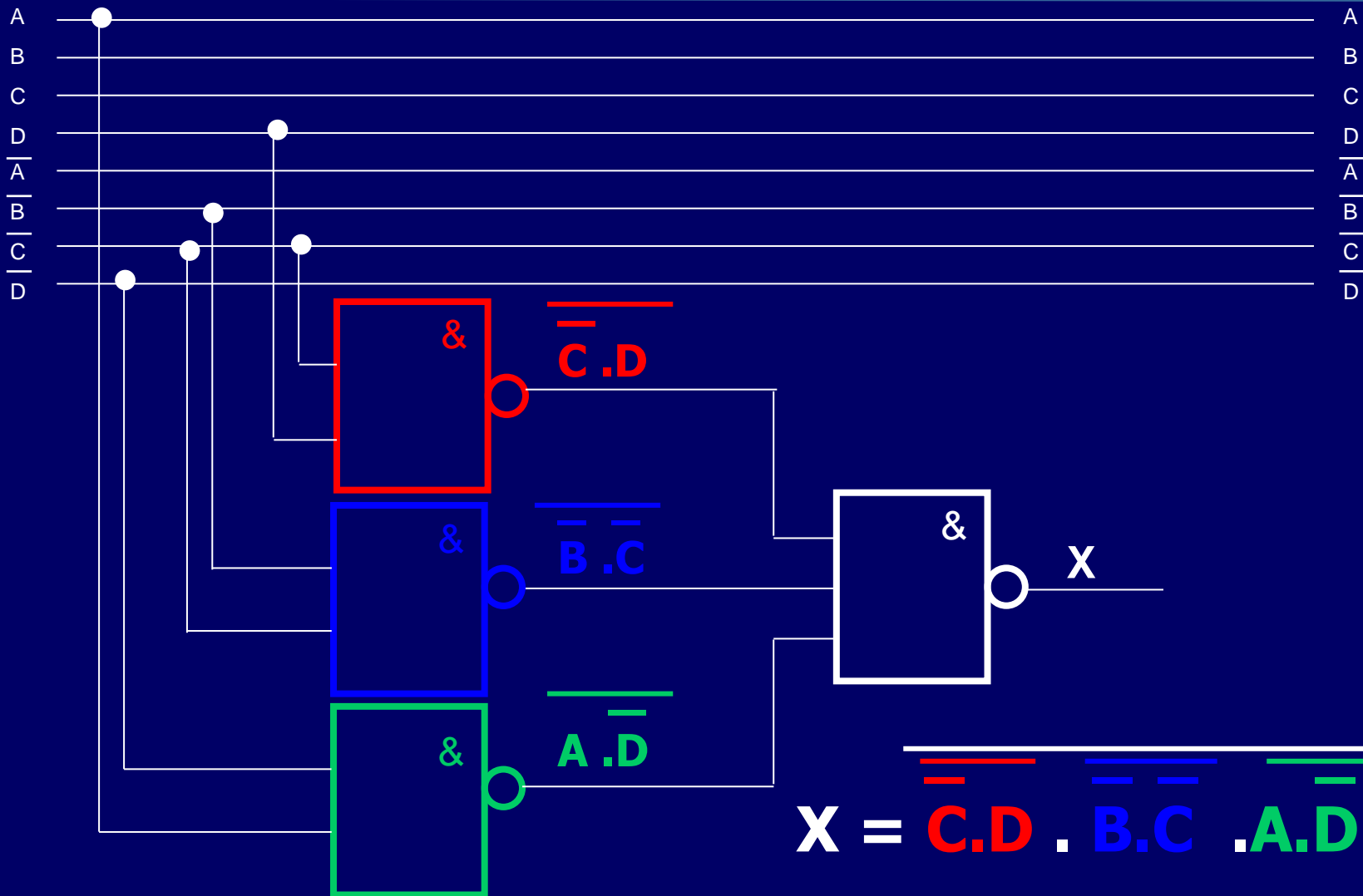
$$X = \overline{\bar{C}.D} + \overline{\bar{B}.\bar{C}} + \overline{A.\bar{D}}$$

$$X = \bar{C}.D . \bar{B}.\bar{C} . A.\bar{D}$$

$$X = \overline{\bar{C}.D} . \overline{\bar{B}.\bar{C}} . \overline{A.\bar{D}}$$



15





16



K.L.O.

Navrhněte kombinační logický obvod realizovaný pomocí NANDů pro funkci:

- $X(A, B, C, D) = 1(0, 5, 7, 8, 13, 15)$

Vyplňte pravdivostní tabulku.

Zjednodušte výraz pomocí Karnaughovy mapy

Nakreslete zapojení s NANDy.



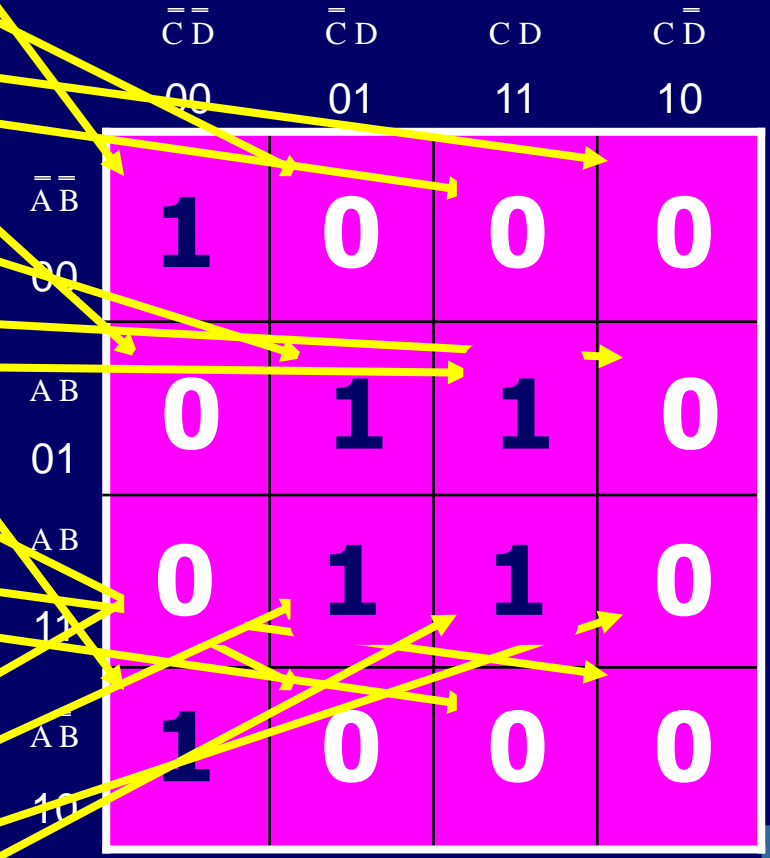


17

# Pravdivostní tabulka a Karnaughova mapa

| Stavový index | A | B | C | D | X |
|---------------|---|---|---|---|---|
| 0             | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1             | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 2             | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 3             | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 4             | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 5             | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6             | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 7             | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 8             | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 9             | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 10            | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 11            | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 12            | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 13            | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 14            | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 15            | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$X(A, B, C, D) = 1(0, 5, 7, 8, 13, 15)$$





18



# Karnaughova mapa a minimalizace

|                              | $\bar{C}\bar{D}$<br>00 | $\bar{C}D$<br>01 | $CD$<br>11 | $C\bar{D}$<br>10 |
|------------------------------|------------------------|------------------|------------|------------------|
| $\bar{\bar{A}}\bar{B}$<br>00 | 1                      | 0                | 0          | 0                |
| $\bar{A}B$<br>01             | 0                      | 1                | 1          | 0                |
| $AB$<br>11                   | 0                      | 1                | 1          | 0                |
| $\bar{A}B$<br>10             | 1                      | 0                | 0          | 0                |

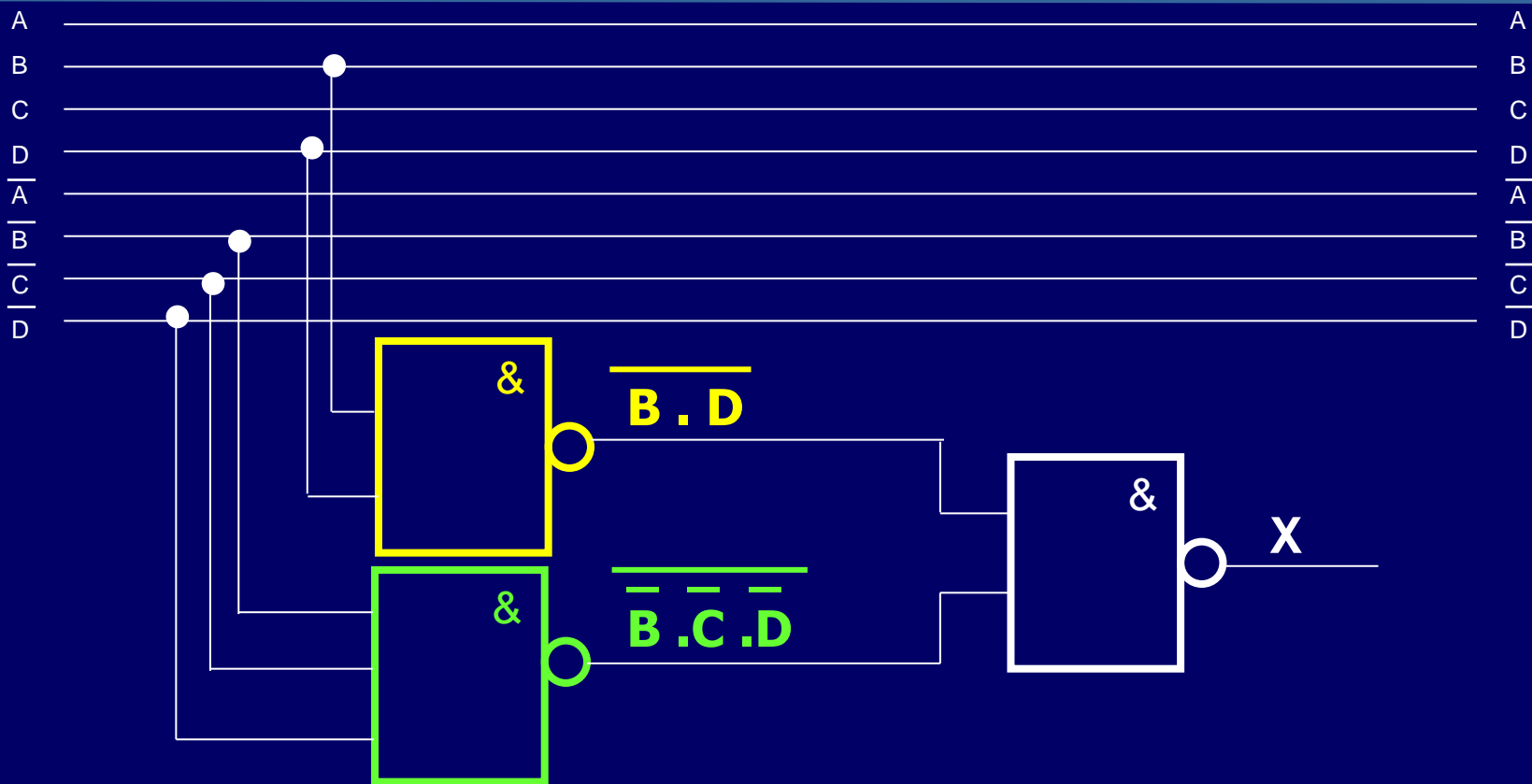
$$X = B.D + \bar{\bar{B}}.\bar{\bar{C}}.\bar{\bar{D}}$$

$$X = B.D + \bar{\bar{B}}.\bar{\bar{C}}.\bar{\bar{D}}$$

$$X = B.D . \bar{\bar{B}}.\bar{\bar{C}}.\bar{\bar{D}}$$

$$X = B.D . \bar{\bar{B}}.\bar{\bar{C}}.\bar{\bar{D}}$$

19



$$X = \overline{B.D} \cdot \overline{\overline{B.C.D}}$$