



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

DIGITÁLNÍ UČEBNÍ MATERIÁL

škola	Střední škola F. D. Roosevelta pro tělesně postižené, Brno, Křižíkova 11
číslo projektu	CZ.1.07/1.5.00/34.1037
číslo učebního materiálu	VY_32_INOVACE_ZIL_EL_123_14
předmět, tematický celek	Základy elektrotechniky a elektroniky
ročník	První, druhý a třetí
datum vytvoření	2013
anotace	Materiál obsahuje teoretický úvod a řešené příklady na téma smyčkové proudy.
metodická poznámka	Určeno pro práci s dataprojektorem a bílou keramickou tabulí. Řešení se odkrývá krok za krokem, spolu s jednoduchým vysvětlením.
autor	Ing. Olga Žilková
licence (není-li vyplněno, je materiál ze zdrojů autora)	T. Hajach, M. Tuma, E. Šteliarová: Základy elektrotechniky 1. Bratislava 1984



Smyčkové proudy



Kirchoffovy zákony





3



Elektrický obvod

- soustava vzájemně elektricky propojených elektrických zařízení
- tvoří ho zdroje, spotřebiče a vodiče
- Stejnosměrný elektrický obvod
 - stejnosměrný zdroj proudu, napětí
- Střídavý elektrický obvod
 - střídavý zdroj proudu, napětí

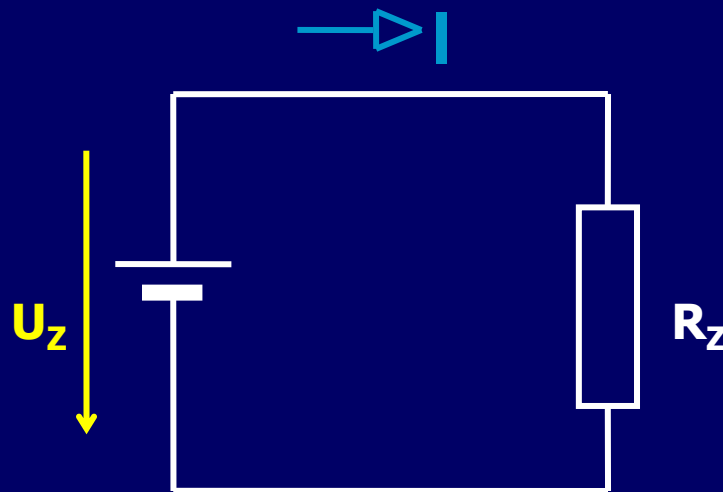


4



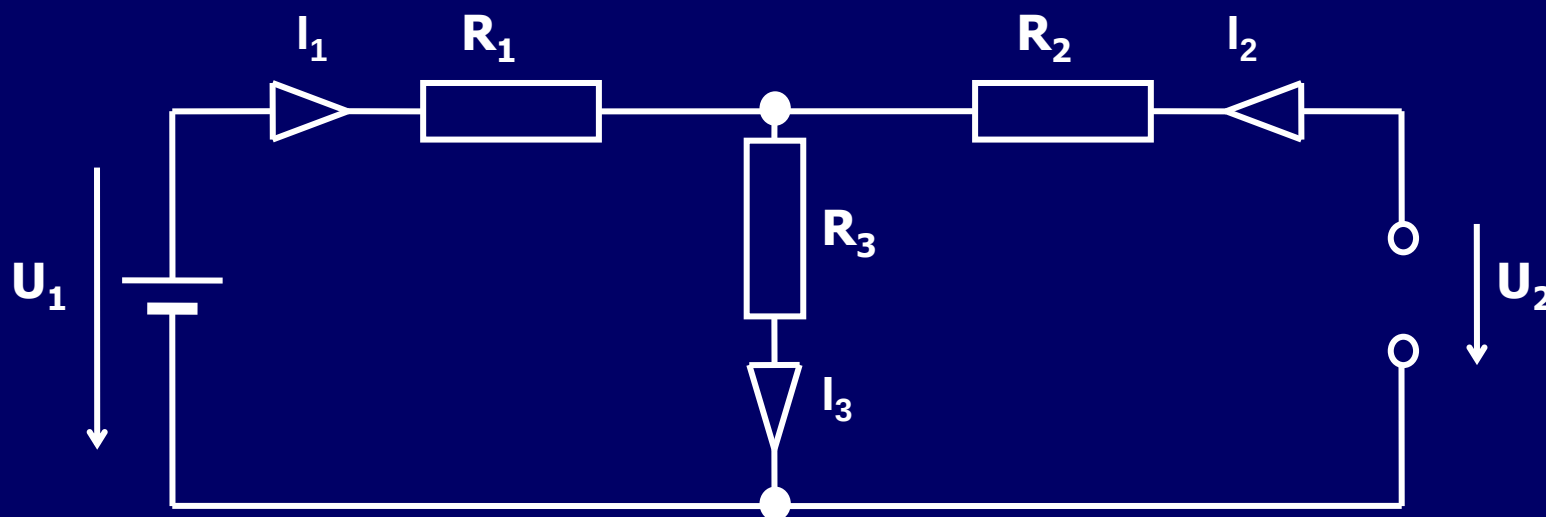
Jednoduchý elektrický obvod

- zdroj elektrického napětí s vyznačenou polaritou svorek - U_Z
- spotřebič – rezistor, odpor - R_Z
- proud teče od kladného pólu zdroje k zápornému - I



5

Složený elektrický obvod



Složený elektrický obvod

UZEL

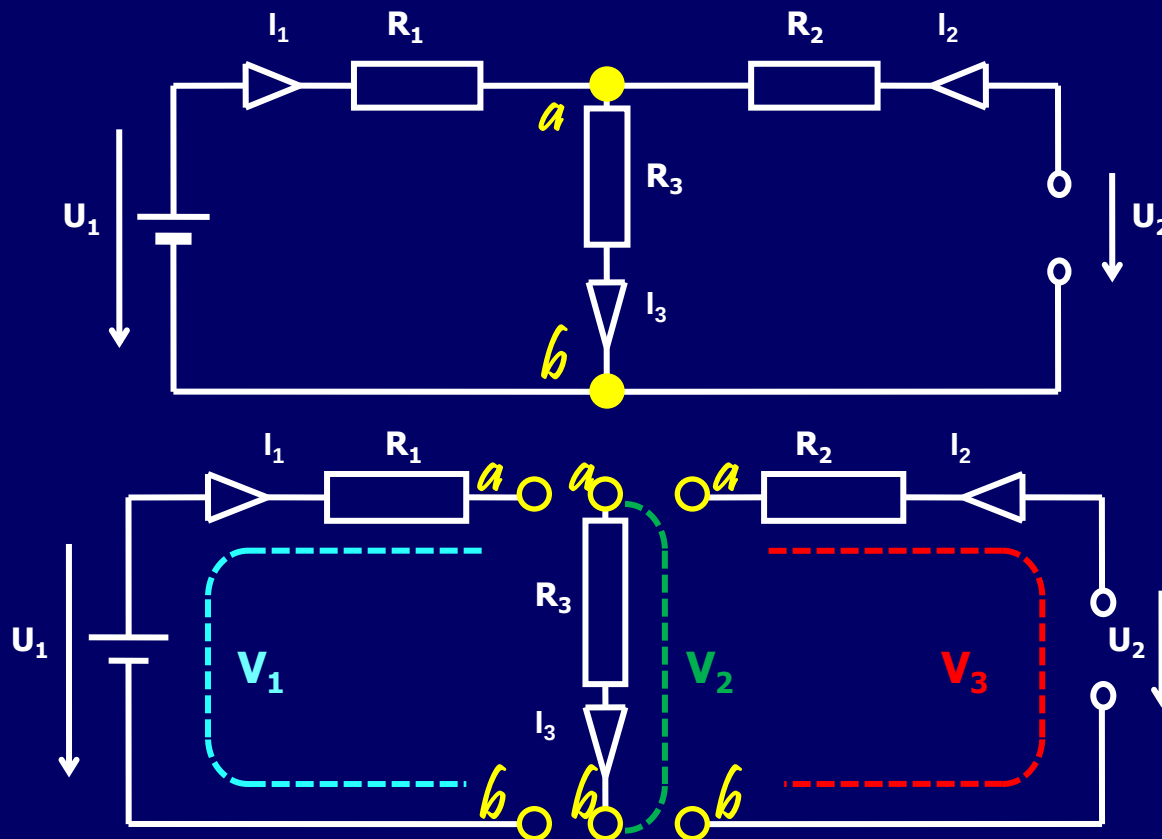
- vodivé spojení nejméně tří vodičů, rozdělují se v něm proudy do větví

■ a, b

VĚTEV

- část obvodu mezi dvěma uzly

■ V_1, V_2, V_3





7

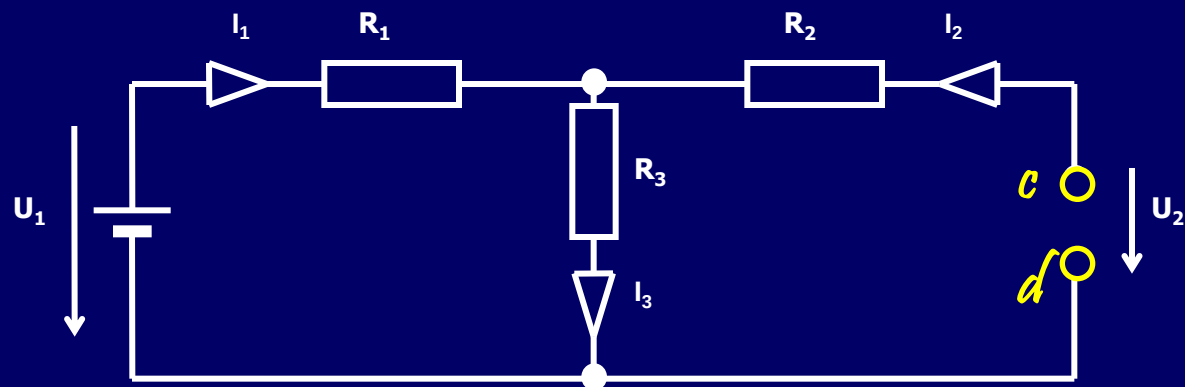


Složený elektrický obvod

SVORKA

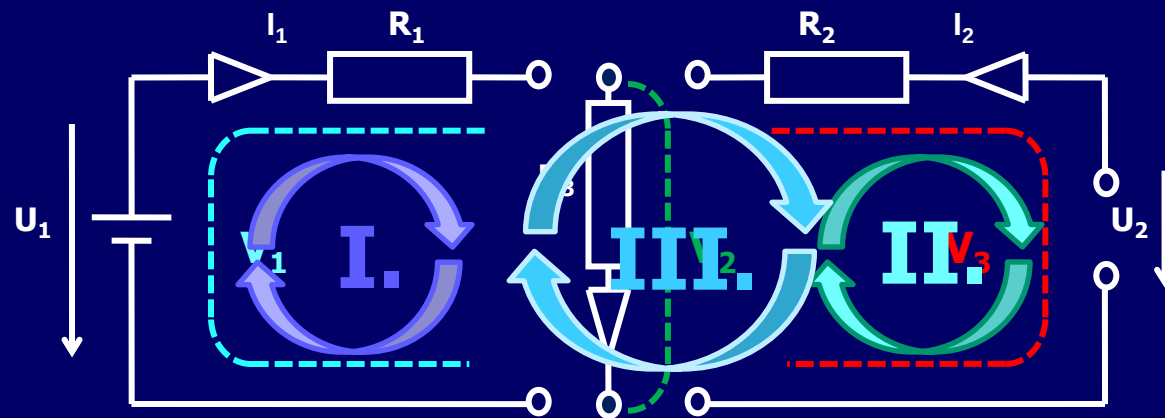
- vodivé ukončení vodiče

■ *c, d*



SMYČKA

- uzavřený okruh tvořený nejméně ze dvou větví
- **I.**, **II.**, **III.**





8



1. Kirchhoffův zákon

- Součet proudů do uzlu **vtékajících** se rovná součtu proudů z uzlu **vytékajících**.
- Pro uzel **X** platí, že součet všech proudů v uzlu je roven nule.

$$\sum_{k=1}^n I_{k_{vtékající}} = \sum_{K=1}^N I_{K_{vytékající}}$$

$$\sum_{k=1}^n I_{k_{vtékající}} + \sum_{K=1}^N I_{K_{vytékající}} = 0 \text{ A}$$

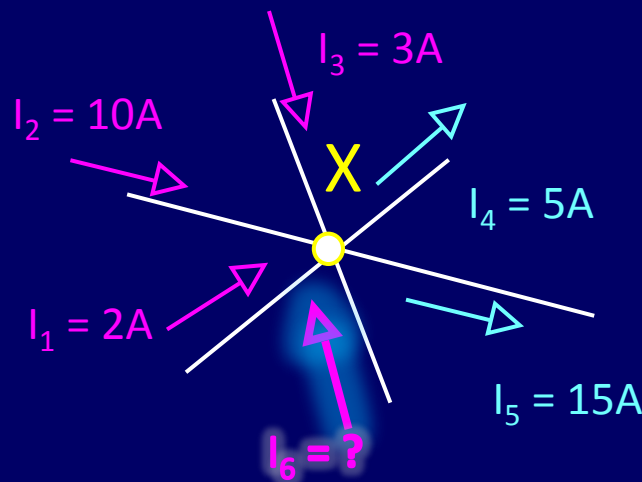
1. Kirchhoffův zákon

- Vtékající proudy do uzlu X jsou:

I_1, I_2, I_3 a I_6

- Proudy z uzlu X vytékající jsou:

I_4 a I_5



$$\sum_{k=1}^n I_{k_{\text{vtékající}}} = \sum_{K=1}^N I_{K_{\text{vytékající}}}$$

$$\sum_{k=1}^n I_{k_{\text{vtékající}}} + \sum_{K=1}^N I_{K_{\text{vytékající}}} = 0 \text{ A}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_6 = I_4 + I_5$$

nebo

$$I_1 + I_2 + I_3 + I_6 - I_4 - I_5 = 0$$

$$2\text{A} + 10\text{A} + 3\text{A} + I_6 = 5\text{A} + 15\text{A}$$

nebo

$$2\text{A} + 10\text{A} + 3\text{A} + I_6 - 5\text{A} - 15\text{A} = 0$$

$$15\text{A} + I_6 - 20\text{A} = 0$$

$$I_6 - 5\text{A} = 0 \quad / (+5\text{A})$$

$$\underline{I_6 = 5\text{A}}$$



10



2. Kirchhoffův zákon

- Součet napětí v uzavřené smyčce je roven nule.
- Součet **napětí ze zdrojů** a součet úbytků **napětí na odporech (zátěži)** je nulový.

$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} = \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}}$$

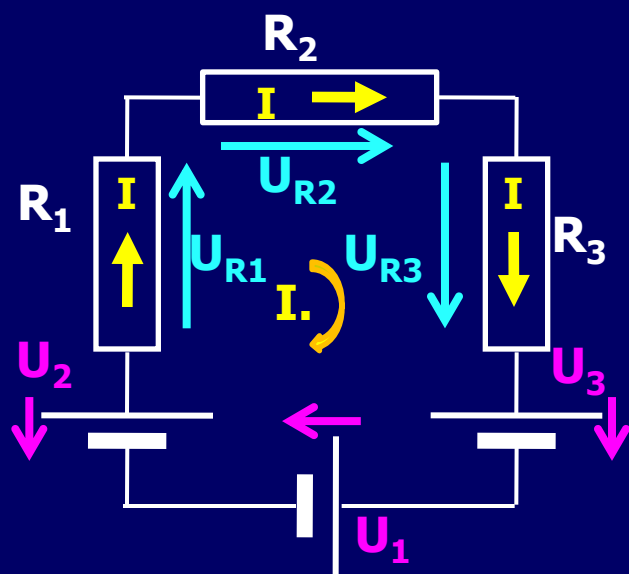
$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} + \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}} = 0 \text{ V}$$

2. Kirchhoffův zákon

■ Srovnáváme směr smyčkového proudu I se směry napětí na zdrojích, pokud má napětí stejný směr přiřadíme mu kladné znaménko, pokud má směr opačný přiřadíme mu záporné znaménko.

$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} = \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}}$$

$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} + \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}} = 0 \text{ V}$$



$$U_1 - U_2 + U_3 = U_{R1} + U_{R2} + U_{R3}$$

nebo

$$U_1 - U_2 + U_{R1} + U_{R2} + U_{R3} + U_3 = 0$$

- Napětí ze zdrojů ve smyčce I . jsou:

$$U_1, U_2 \text{ a } U_3$$

- Úbytky napětí na odporech ve smyčce I . jsou:

$$U_{R1}, U_{R2} \text{ a } U_{R3}$$

- Napětí na odporech vypočítáme z Ohmova zákona

- $U_R = R \cdot I_R$



Smyčkové proudy



Řešený příklad



V elektrickém obvodu zadaném dle schématu určete proudy ve větvích I_1 , I_2 a I_3 . Zadané hodnoty jsou:

■ Rezistory

$$R_1 = R_2 = 60 \, \Omega$$

$$R_3 = 15 \, \Omega$$

$$R_4 = 30 \, \Omega$$

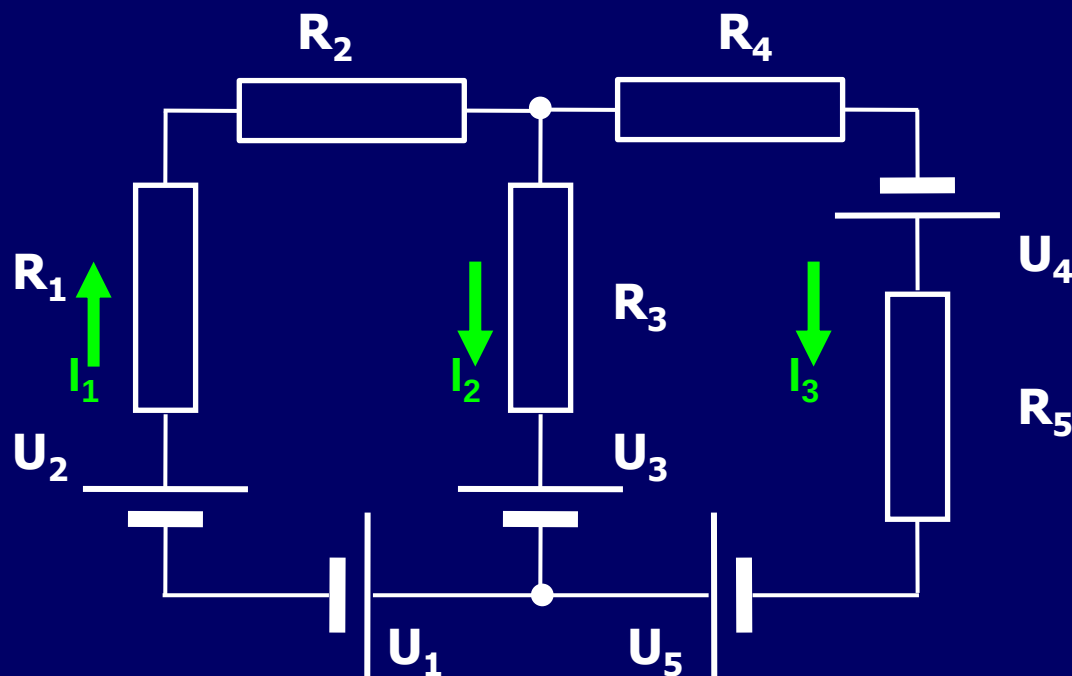
$$R_5 = 40 \, \Omega$$

■ Zdroje

$$U_1 = U_4 = U_5 = 30 \, \text{V}$$

$$U_2 = 60 \, \text{V}$$

$$U_3 = 90 \, \text{V}$$



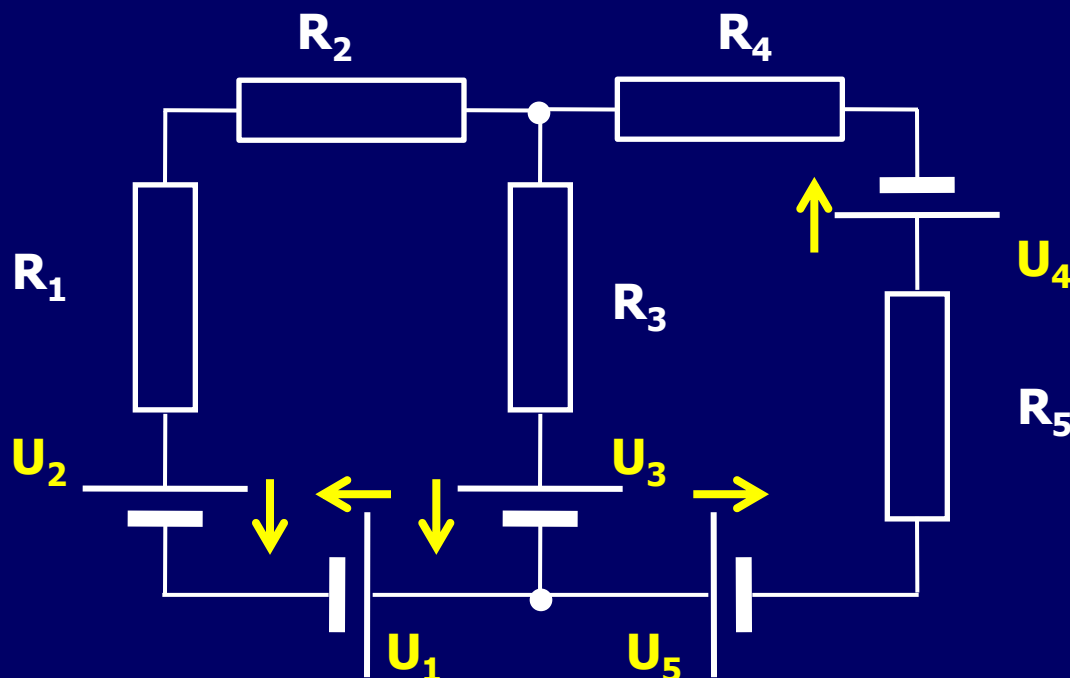


14



Postup

1. Ve schématu u všech stejnosměrných zdrojů zaznačíme směry napětí.



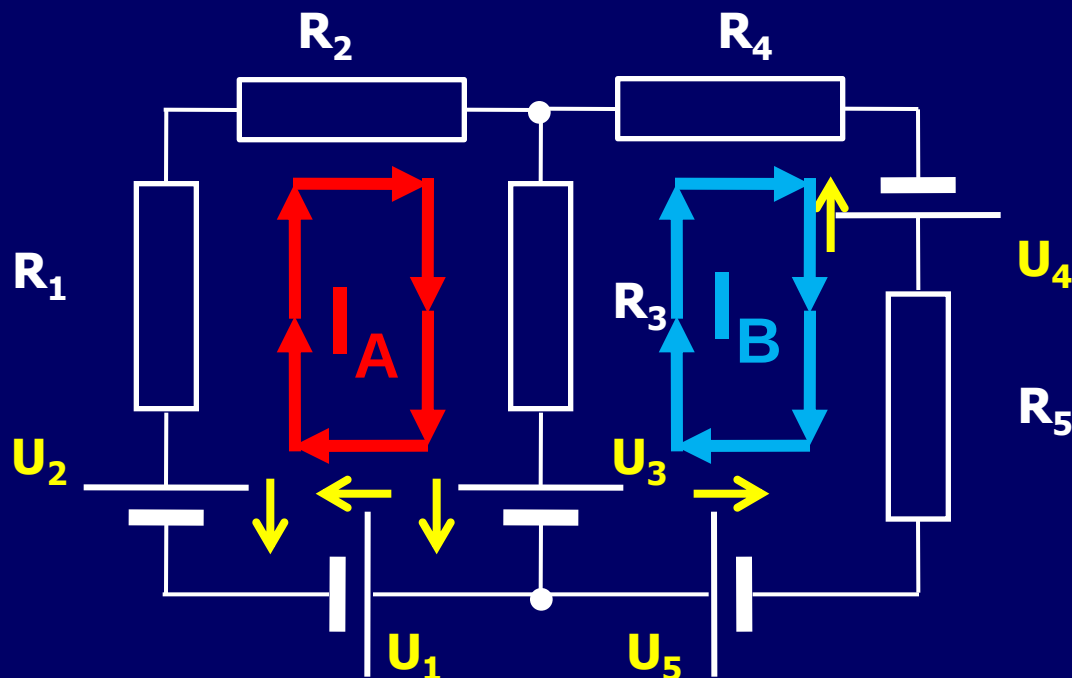


15

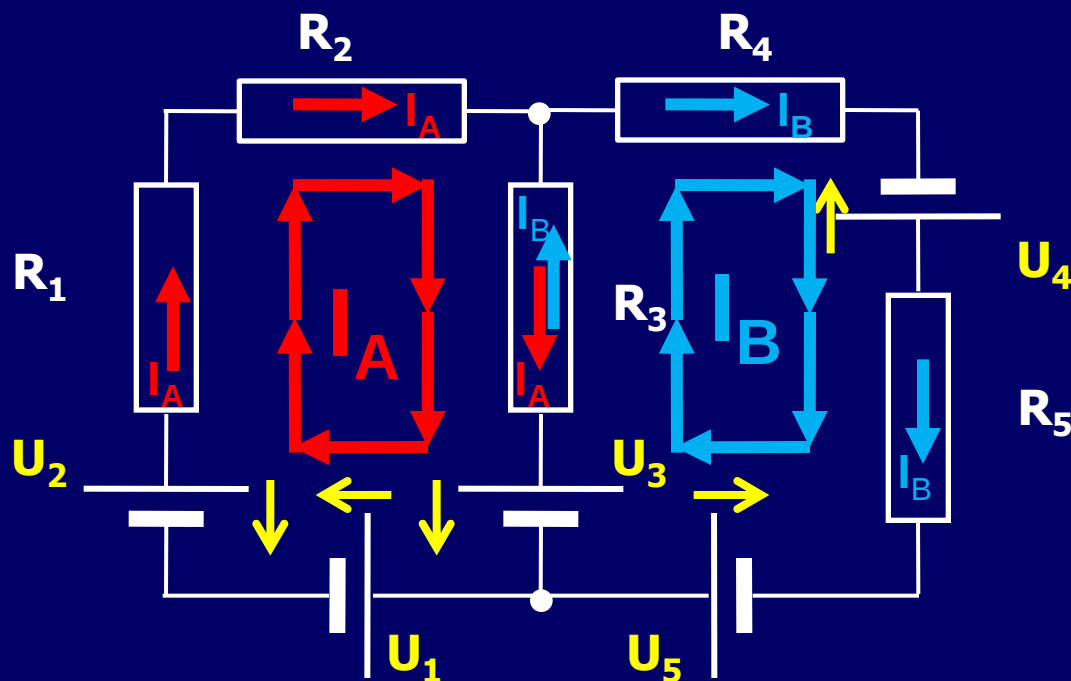


Postup

2. Určíme si směr smyčkových proudů ve smyčkách.
- Smyčkové proudy si volíme ve všech smyčkách obvodu stejného směru. (Např. po směru hodinových ručiček)



3. Zaznačíme si smyčkové proudy **do všech rezistorů**, ve všech smyčkách.



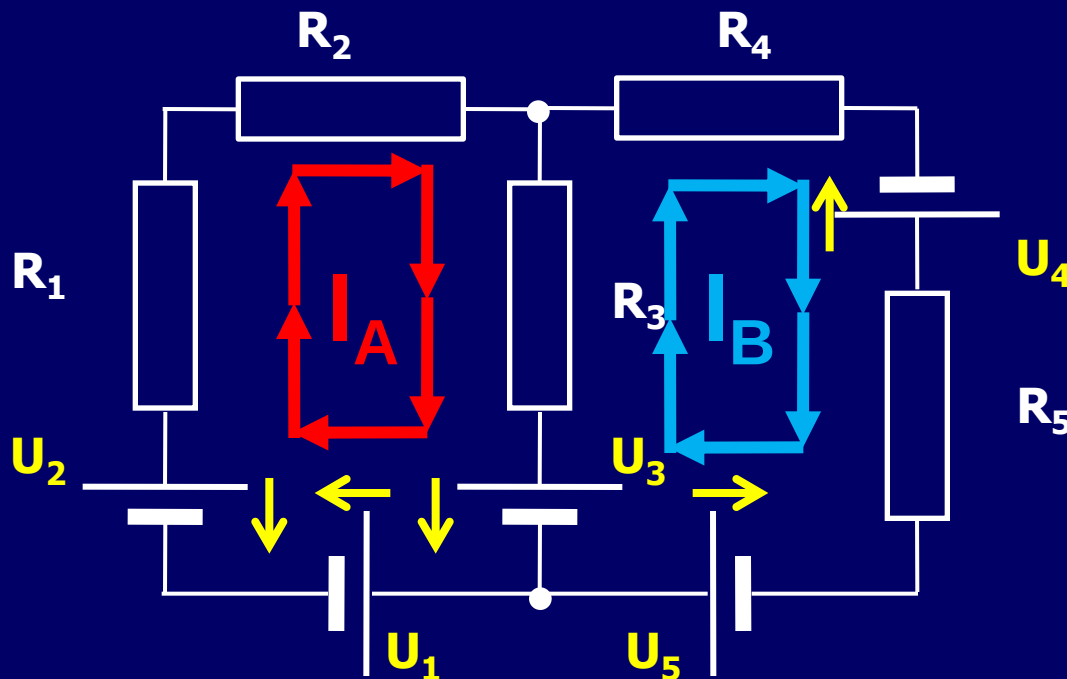


17



Postup

4. Dle 2.KZ napíšeme pro každou ze smyček rovnici
- součet napětí v uzavřené smyčce je roven nule
 - součet napětí ze zdrojů a součet napětí na odporech je nulový.





4. Smyčka **A** :

$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} = \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}}$$

- Patří do ní rezistory R_1 , R_2 , R_3 a zdroje U_1 , U_2 , U_3
- Srovnáváme směr smyčkového proudu I_A se směry napětí na zdrojích (U_1 , U_2 , U_3) pokud má napětí stejný směr přiřadíme mu kladné znaménko, pokud má směr opačný, přiřadíme mu záporné znaménko.
- Napětí na odporech vypočítáme z Ohmova zákona
 - $U_R = R \cdot I_R$
- Ve smyčce **A** teče proud I_A , a ten také teče každým odporem této smyčky (R_1 , R_2 , R_3). Jenom odporem R_3 teče i proud I_B ze smyčky **B**, nakolik je tento odpor součástí obou smyček. Proud I_B má opačný směr než proud I_A , proto má opačné znaménko.



19

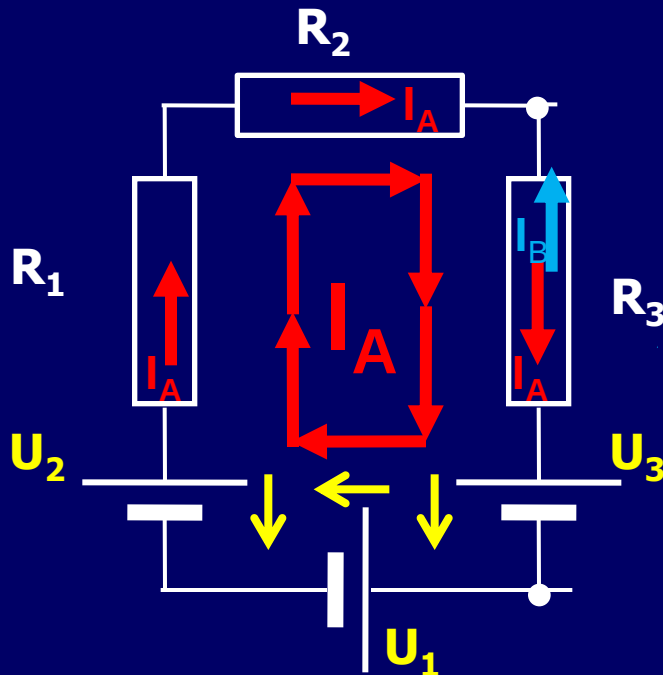


Postup

4. Smyčka **A**:

$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} + \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}} = 0 \text{ V}$$

- Patří do ní rezistory R_1 , R_2 , R_3 a zdroje U_1 , U_2 , U_3



$$R_2 \cdot I_A + R_3 \cdot (I_A - I_B) + U_3 + U_1 - U_2 + R_1 \cdot I_A = 0 \text{ V}$$



20



Postup

4. Smyčka **B**:

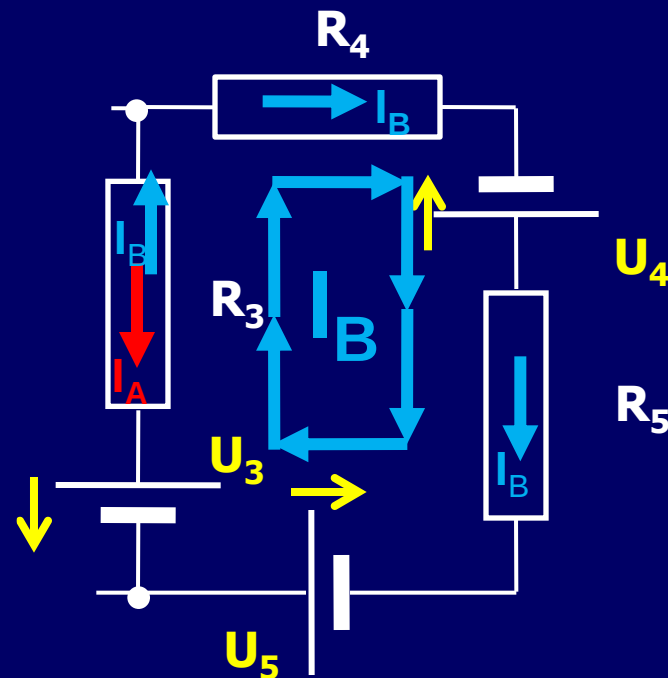
$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} = \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}}$$

- Patří do ní rezistory R_4 , R_5 , R_3 a zdroje U_4 , U_5 , U_3
- Srovnáváme směr smyčkového proudu I_B se směry napětí na zdrojích (U_4 , U_5 , U_3) pokud má napětí stejný směr přiřadíme mu kladné znaménko, pokud má směr opačný, přiřadíme mu záporné znaménko.
- Napětí na odporech vypočítáme z Ohmova zákona
 - $U_R = R \cdot I_R$
- Ve smyčce **B** teče proud I_B , a ten také teče každým odporem této smyčky (R_4 , R_5 , R_3). Jenom odporem R_3 teče i proud ze smyčky **A**, nakolik je tento odpor součástí obou smyček. Proud I_A má opačný směr než proud I_B , proto má opačné znaménko.

4. Smyčka B:

- Patří do ní rezistory R_4 , R_5 , R_3 a zdroje U_4 , U_5 , U_3

$$\sum_{k=1}^n U_{k_{\text{zdroj}}} + \sum_{K=1}^N U_{K_{\text{zátěž}}} = 0 \text{ V}$$



$$R_4 \cdot I_B - U_4 + R_5 \cdot I_B - U_5 - U_3 + R_3 \cdot (I_B - I_A) = 0 \text{ V}$$



22



Postup

5. Získali jsme soustavu dvou rovnic se dvěma neznámými I_A a I_B

A:

$$R_2 \cdot I_A + R_3 \cdot (I_A - I_B) + U_3 + U_1 - U_2 + R_1 \cdot I_A = 0V$$

B:

$$R_4 \cdot I_B - U_4 + R_5 \cdot I_B - U_5 - U_3 + R_3 \cdot (I_B - I_A) = 0V$$

6. Do soustavy dvou rovnic dosadíme známé hodnoty odporů a zdrojů ze zadání.

A:

$$60 \cdot I_A + 15 \cdot (I_A - I_B) + 90 + 30 - 60 + 60 \cdot I_A = 0V$$

B:

$$30 \cdot I_B - 30 + 40 \cdot I_B - 30 - 90 + 15 \cdot (I_B - I_A) = 0V$$



23



Postup

7. Řešíme soustavu dvou rovnic se dvěma neznámými I_A a I_B

- roznásobíme závorky, vše ostatní opíšeme

A:

$$60.I_A + 15.I_A - 15.I_B + 60 + 60.I_A = 0V$$

B:

$$30.I_B - 150 + 40.I_B + 15.I_B - 15.I_A = 0V$$

- v každé rovnici si sečteme hodnoty proudů a napětí k sobě patřících (I_A , I_B , čísla) a zapíšeme je pod sebe

A:

$$135.I_A - 15.I_B + 60 = 0V$$

B:

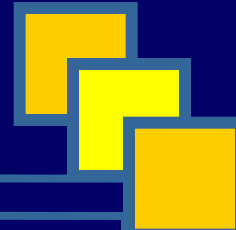
$$- 15.I_A + 85.I_B - 150 = 0V$$



24



Postup



■ druhou rovnici vynásobíme číslem 9

- protože $9 \times 15 = 135$ a když pak sečteme obě rovnice, neznámá I_A nám vypadne a získáme tím jednu rovnici s jednou neznámou

A:

$$135.I_A - 15.I_B + 60 = 0V$$

B:

$$- 15.I_A + 85.I_B - 150 = 0V$$

x9

- po vynásobení získáme teda tyto dvě rovnice, které sečteme

A:

$$135.I_A - 15.I_B + 60 = 0V$$

B:

$$- 135.I_A + 765.I_B - 1350 = 0V$$





25



Postup

A:

$$15 \cdot I_A - 15 \cdot I_B + 60 = 0V$$

B:

$$-1 \cdot I_A + 765 \cdot I_B - 1350 = 0V$$

A + B

$$+ 750 \cdot I_B - 1290 = 0V$$

+1290

- vyřešíme jednu rovnici s jednou neznámou

$$750 \cdot I_B = 1290$$

- proud I_B má hodnotu

$$I_B = 1,72 A$$



26



Postup

- dosadíme hodnotu $I_B = 1,72 \text{ A}$ do jedné rovnice ze soustavy

A: $135 \cdot I_A - 15 \cdot I_B + 60 = 0 \text{ V}$

B: $-15 \cdot I_A + 85 \cdot I_B - 150 = 0 \text{ V}$

- zvolíme například 1. rovnici A a vyřešíme ji

A: $135 \cdot I_A - 15 \cdot 1,72 + 60 = 0 \text{ V}$

$$135 \cdot I_A - 25,8 + 60 = 0 \text{ V}$$

$$135 \cdot I_A = -34,2$$

- proud I_A má hodnotu

$$I_A \approx 0,25 \text{ A}$$



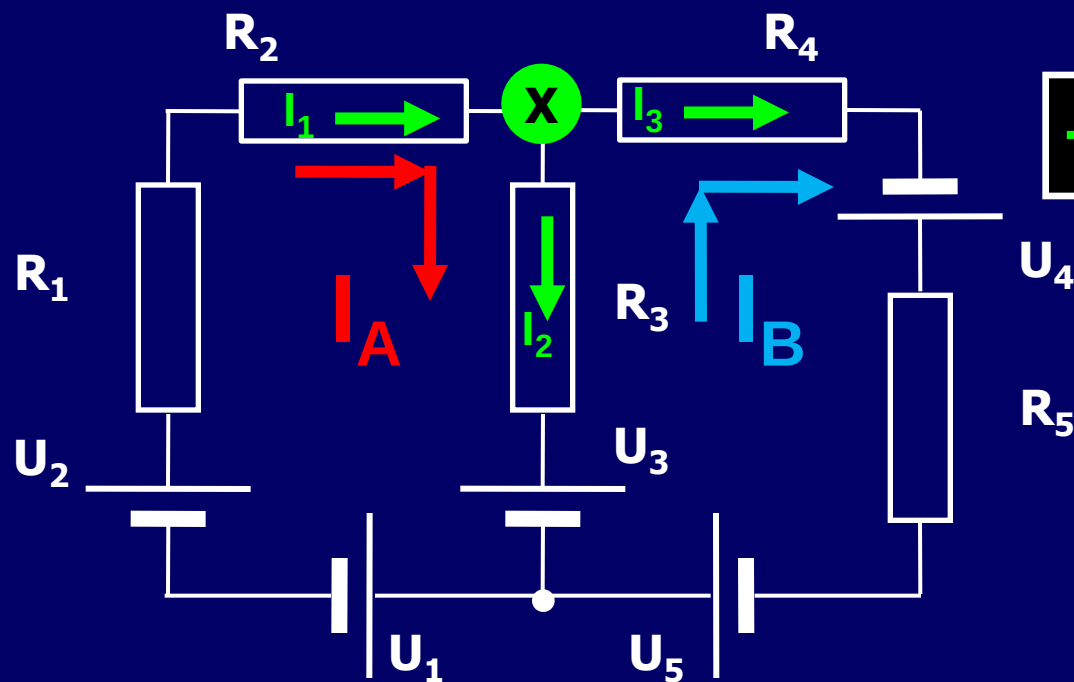
27



Postup

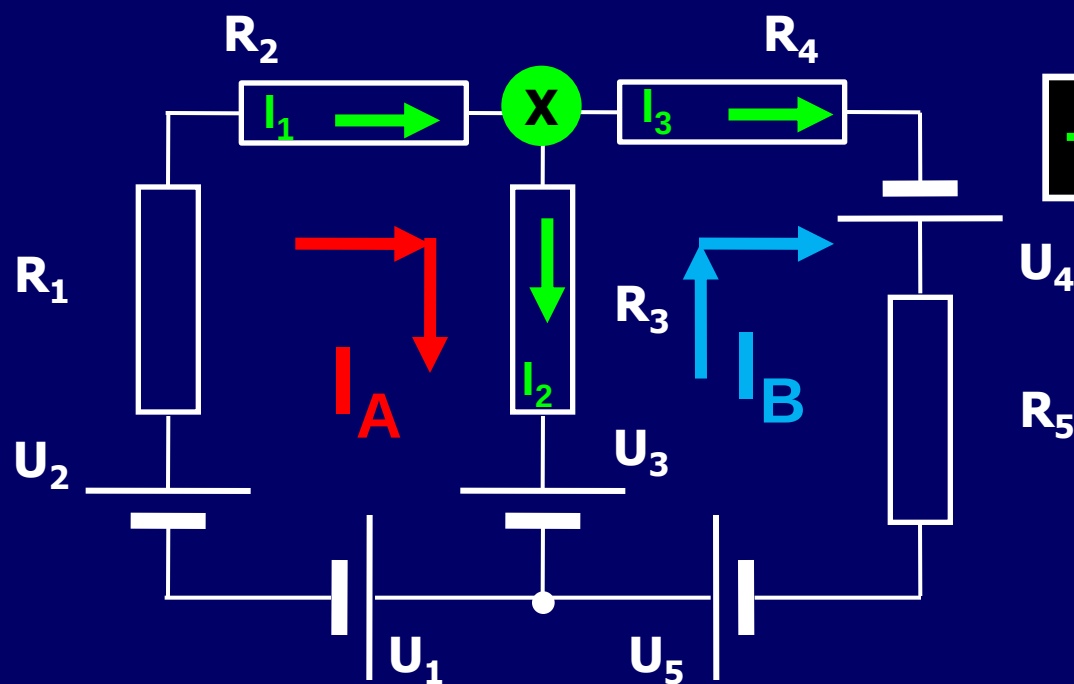
8. Dle 1.KZ napíšeme pro uzel **X** rovnici

- součet proudů v uzlu je roven nule
- součet proudů do uzlu vtékajících a součet proudů z uzlu vytékajících je nulový.



$$+ I_1 - I_2 - I_3 = 0A$$

9. Známe hodnoty proudů I_A (0,25A) a I_B (1,72A) a proto si je musíme porovnat s proudy kterých hodnota nás ve skutečnosti zajímá tzn. I_1, I_2, I_3



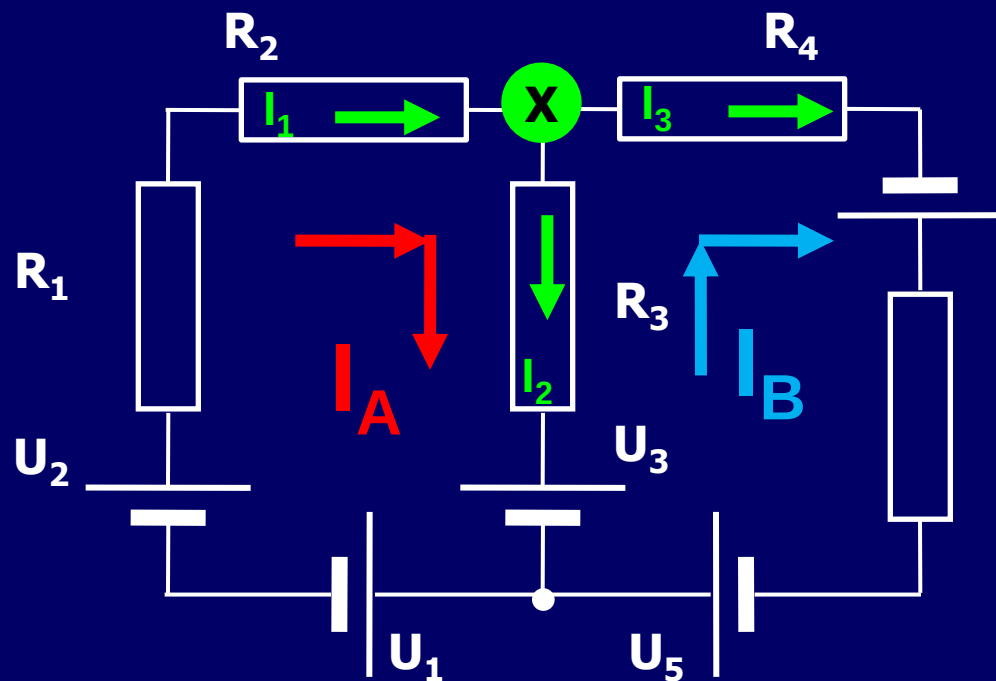
$$+ I_1 - I_2 - I_3 = 0A$$

$$I_1 = I_A$$

$$I_3 = I_B$$

$$I_2 = I_A - I_B$$

10. Řešení je teda:



$$I_1 = I_A = 0,25A$$

$$I_3 = I_B = 1,72A$$

$$I_2 = I_A - I_B$$

$$I_2 = 0,25A - 1,72A$$

$$I_2 = -1,47A$$

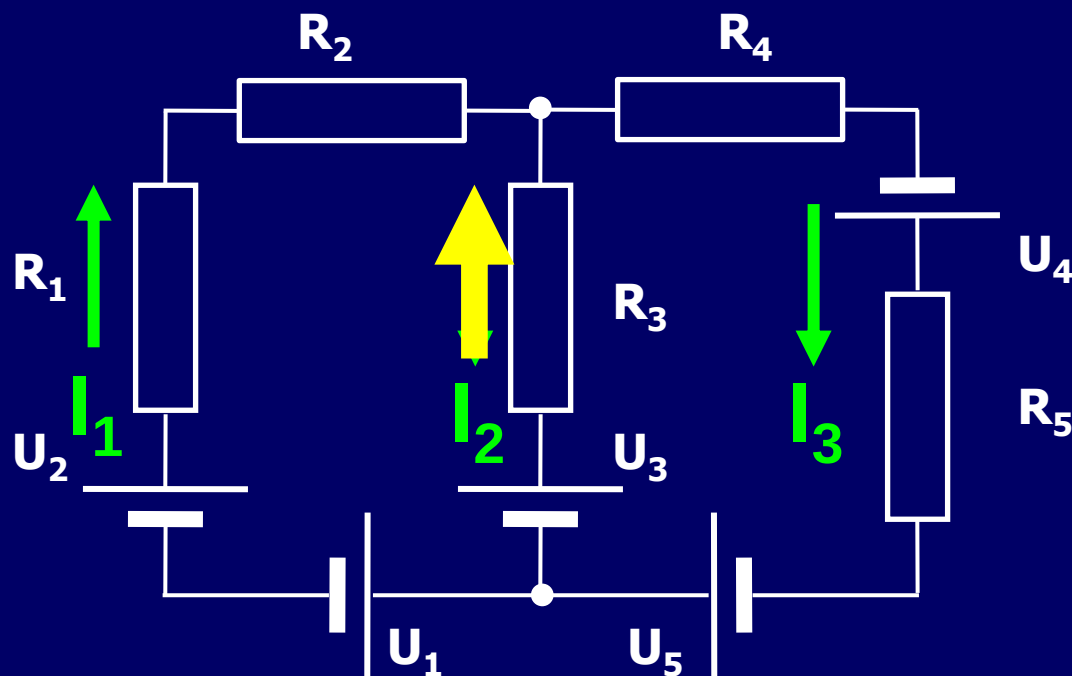
V elektrickém obvodu na daném schématu mají proudy ve větvích I_1 , I_2 a I_3 tyto velikosti:

$$I_1 = 0,25 \text{ A}$$

$$I_2 = -1,47 \text{ A}$$

$$I_3 = 1,72 \text{ A}$$

- Proud I_2 má zápornou hodnotu, tzn. má obrácený směr než je naznačeno ve schématu



V elektrickém obvodu zadaném dle schématu určete proudy ve větvích I_1 , I_2 a I_3 . Zadané hodnoty jsou:

■ Rezistory

$$R_1 = 20 \, \Omega$$

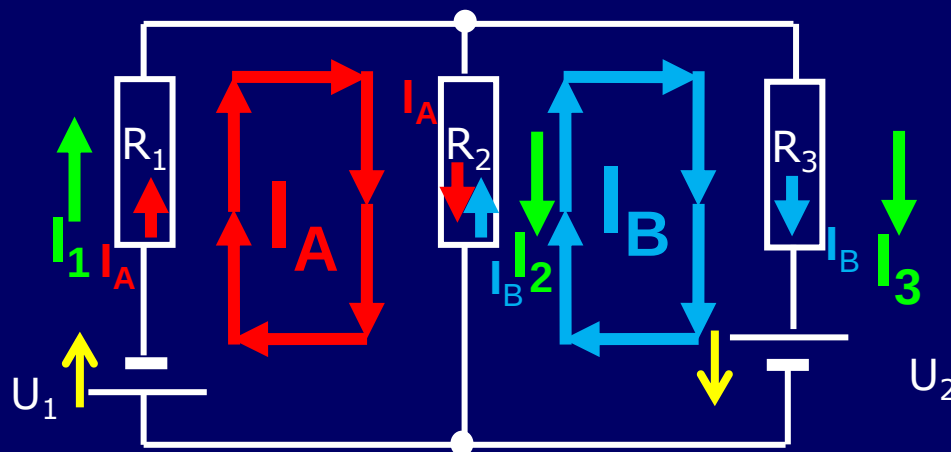
$$R_2 = 10 \, \Omega$$

$$R_3 = 35 \, \Omega$$

■ Zdroje

$$U_1 = 45 \, \text{V}$$

$$U_2 = 10 \, \text{V}$$



A:

$$R_1 \cdot I_A + R_2 \cdot (I_A - I_B) + U_1 = 0 \text{V}$$

B:

$$R_3 \cdot I_B + U_2 + R_2 \cdot (I_B - I_A) = 0 \text{V}$$



32



Řešení

A:

$$R_1 \cdot I_A + R_2 \cdot (I_A - I_B) + U_1 = 0V$$

B:

$$R_3 \cdot I_B + U_2 + R_2 \cdot (I_B - I_A) = 0V$$

A:

$$20 \cdot I_A + 10 \cdot (I_A - I_B) + 45 = 0V$$

B:

$$35 \cdot I_B + 10 + 10 \cdot (I_B - I_A) = 0V$$

A:

$$20 \cdot I_A + 10 \cdot I_A - 10 \cdot I_B + 45 = 0V$$

B:

$$35 \cdot I_B + 10 + 10 \cdot I_B - 10 \cdot I_A = 0V$$

■ Dáno:

$$R_1 = 20 \, \Omega$$

$$R_2 = 10 \, \Omega$$

$$R_3 = 35 \, \Omega$$

$$U_1 = 45 \, V$$

$$U_2 = 10 \, V$$



33



Řešení

■ Dáno:

$$R_1 = 20 \, \Omega$$

$$R_2 = 10 \, \Omega$$

$$R_3 = 35 \, \Omega$$

$$U_1 = 45 \, \text{V}$$

$$U_2 = 10 \, \text{V}$$

$$\text{A: } 20 \cdot I_A + 10 \cdot I_A - 10 \cdot I_B + 45 = 0 \text{V}$$

$$\text{B: } 35 \cdot I_B + 10 + 10 \cdot I_B - 10 \cdot I_A = 0 \text{V}$$

$$\text{A: } 30 \cdot I_A - 10 \cdot I_B + 45 = 0 \text{V}$$

$$\text{B: } -10 \cdot I_A + 45 \cdot I_B + 10 = 0 \text{V}$$

x3

$$\text{A: } 30 \cdot I_A - 10 \cdot I_B + 45 = 0 \text{V}$$

$$\text{B: } -30 \cdot I_A + 135 \cdot I_B + 30 = 0 \text{V}$$



34



Řešení

■ Dáno:

$$R_1 = 20 \, \Omega$$

$$R_2 = 10 \, \Omega$$

$$R_3 = 35 \, \Omega$$

$$U_1 = 45 \, \text{V}$$

$$U_2 = 10 \, \text{V}$$

A:

$$30.I_A - 10.I_B + 45 = 0V$$

B:

$$- 30.I_A + 135.I_B + 30 = 0V$$

A + B:

$$+ 125.I_B + 75 = 0V$$

$$-75$$

$$125.I_B = -75$$

$$I_B = -0,6 \, \text{A}$$



35



Řešení

A:

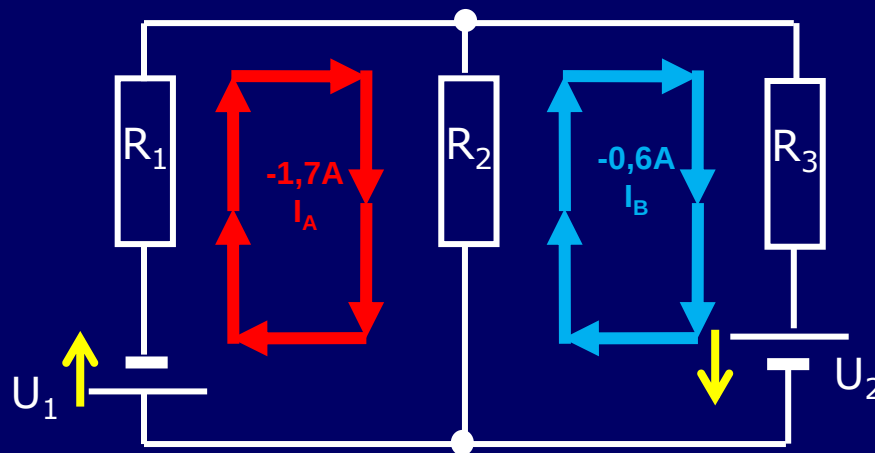
$$30 \cdot I_A - 10 \cdot (-0,6) + 45 = 0V$$

$$30 \cdot I_A + 51 = 0V$$

-51

$$30 \cdot I_A = -51$$

$$I_A = -1,7 \text{ A}$$





36



Řešení

$$I_1 = I_A = -1,7A$$

$$I_3 = I_B = -0,6A$$

$$I_2 = I_A - I_B$$

$$I_2 = -1,7A - (-0,6A)$$

$$I_2 = -1,1A$$

