



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

# DIGITÁLNÍ UČEBNÍ MATERIÁL

|                                                                 |                                                                                                                                  |
|-----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>škola</b>                                                    | Střední škola F. D. Roosevelta pro tělesně postižené, Brno, Křižíkova 11                                                         |
| <b>číslo projektu</b>                                           | CZ.1.07/1.5.00/34.1037                                                                                                           |
| <b>číslo učebního materiálu</b>                                 | VY_32_INOVACE_ZIL_EL_123_13                                                                                                      |
| <b>předmět, tematický celek</b>                                 | Základy elektrotechniky a elektroniky                                                                                            |
| <b>ročník</b>                                                   | První, druhý a třetí                                                                                                             |
| <b>datum vytvoření</b>                                          | 2013                                                                                                                             |
| <b>anotace</b>                                                  | Materiál obsahuje řešený příklad na téma transfigurace hvězda-trojúhelník                                                        |
| <b>metodická poznámka</b>                                       | Určeno pro práci s dataprojektorem a bílou keramickou tabulí. Řešení se odkrývá krok za krokem, spolu s jednoduchým vysvětlením. |
| <b>autor</b>                                                    | Ing. Olga Žilková                                                                                                                |
| <b>licence (není-li vyplněno, je materiál ze zdrojů autora)</b> | T. Hajach, M. Tuma, E. Šteliarová: Základy elektrotechniky 1. Bratislava 1984;                                                   |



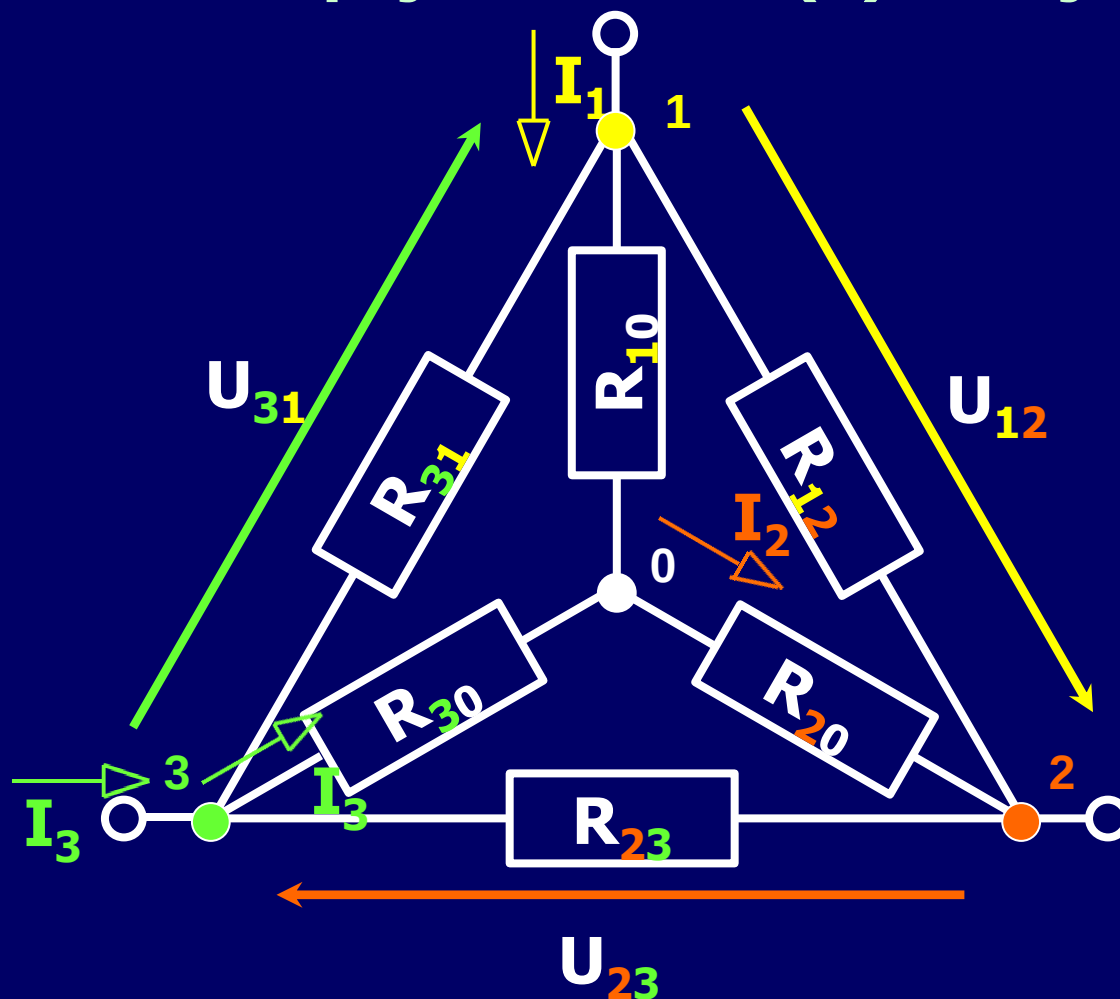
# Transfigurace hvězda – trojúhelník Y-D



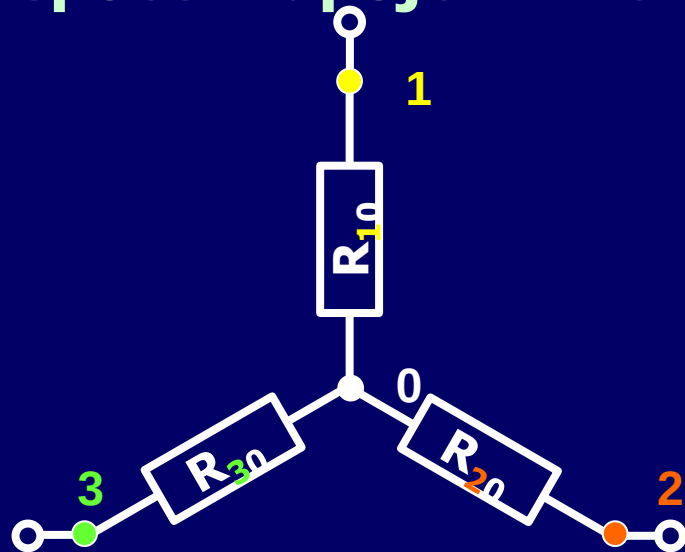
Kirchhoffovy zákony, Ohmův zákon

3

## Ekvivalence zapojení hvězda (Y) – trojúhelník (D)

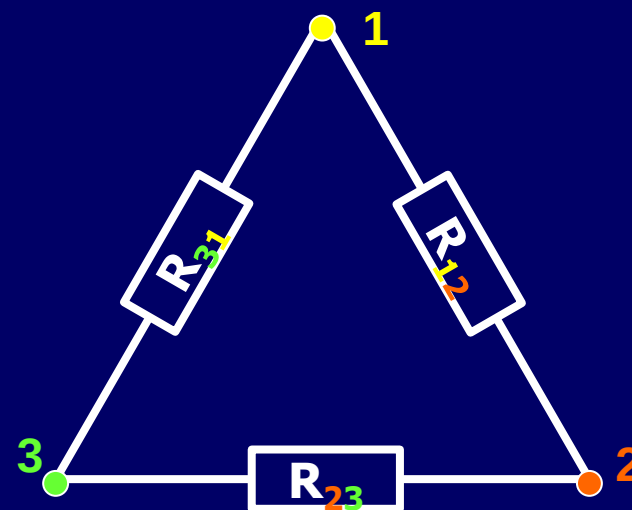


# Přepočet zapojení hvězda (Y) – trojúhelník (D)



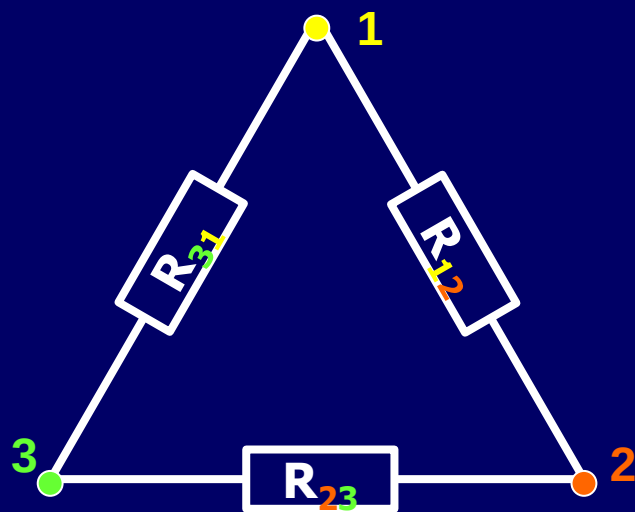
$$R_{12} = R_{10} + R_{20} + \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{30}}$$

$$R_{23} = R_{30} + R_{20} + \frac{R_{30} \cdot R_{20}}{R_{10}}$$



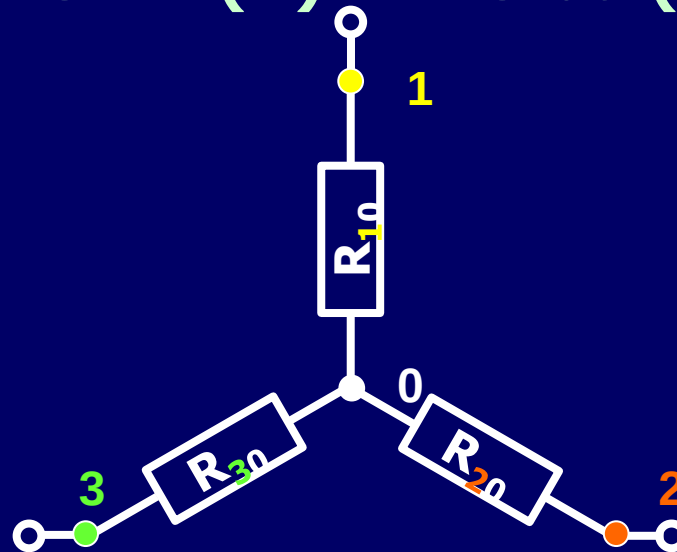
$$R_{31} = R_{10} + R_{30} + \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{20}}$$

# Přepočet zapojení trojúhelník (D) – hvězda (Y)



$$R_{10} = \frac{R_{31} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



$$R_{30} = \frac{R_{31} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$



6



# Příklad

Urči úbytek elektrického napětí na jednotlivých spotřebičích a proudy jimi protékající. Napětí elektrického zdroje je 15V.

## ■ Dáno:

■  $R_1 = 0,2 \text{ k}\Omega = 200 \text{ }\Omega$

■  $R_2 = 0,3 \text{ k}\Omega = 300 \text{ }\Omega$

■  $R_3 = 0,5 \text{ k}\Omega = 500 \text{ }\Omega$

■  $R_4 = 420 \text{ }\Omega$

■  $R_5 = 10 \text{ }\Omega$

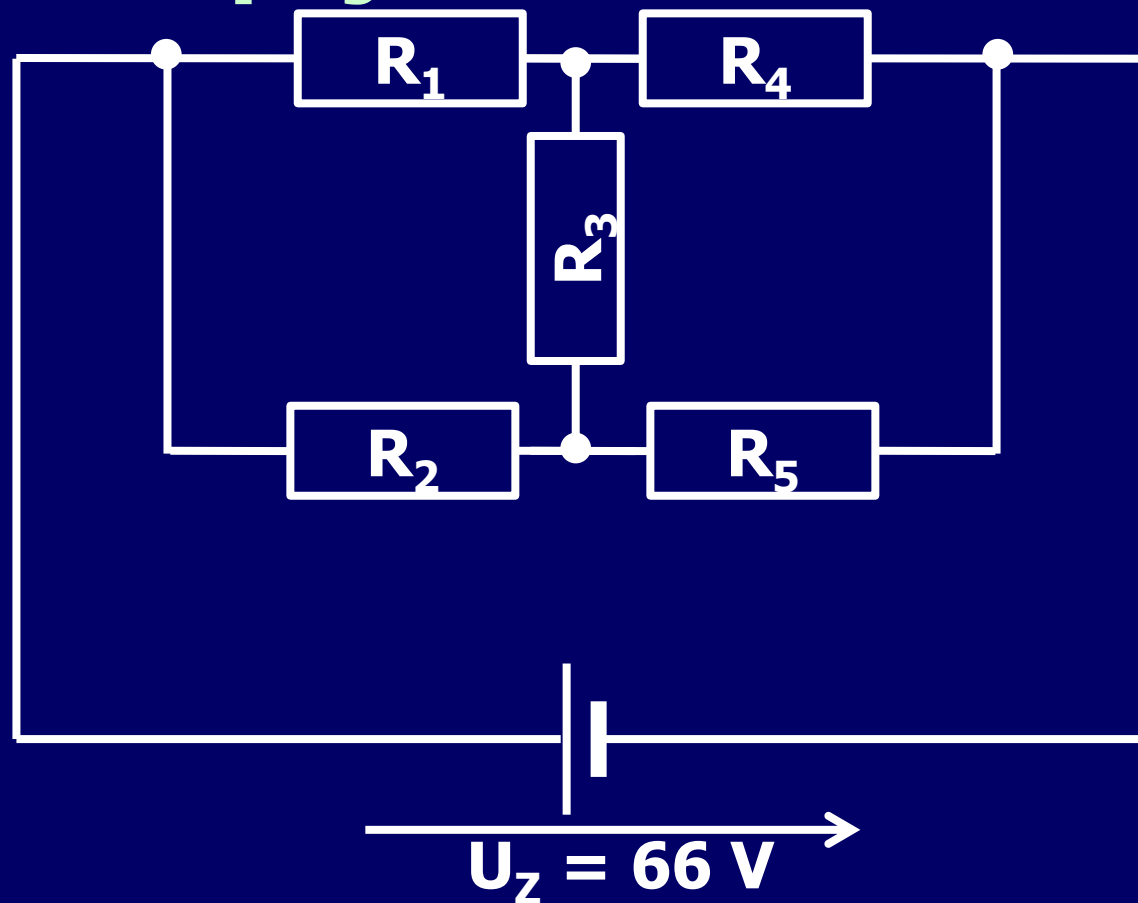
■  $U_Z = 66 \text{ V}$

## ■ Neznámé veličiny:

■  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 = ? \text{ [A]}$

■  $U_1, U_2, U_3, U_4, U_5 = ? \text{ [V]}$

# Schéma zapojení



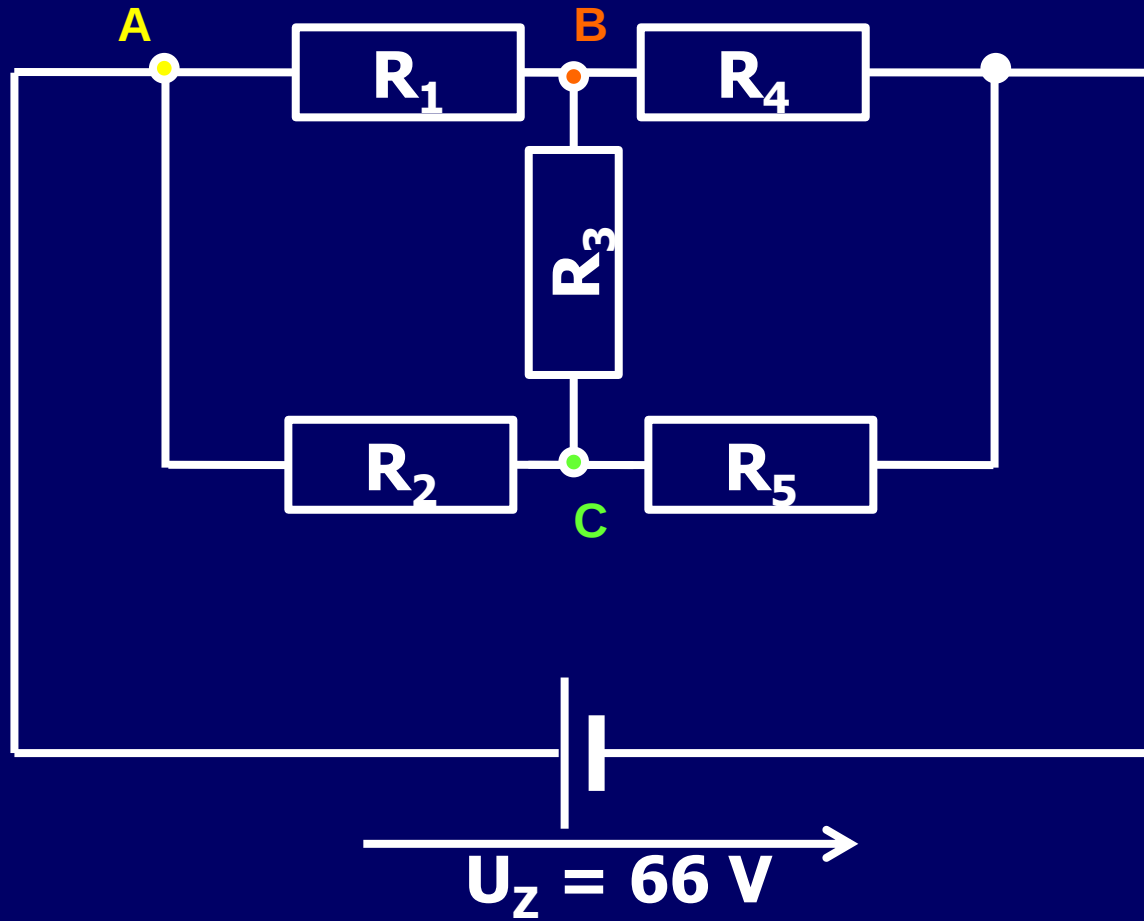


# Postup výpočtu



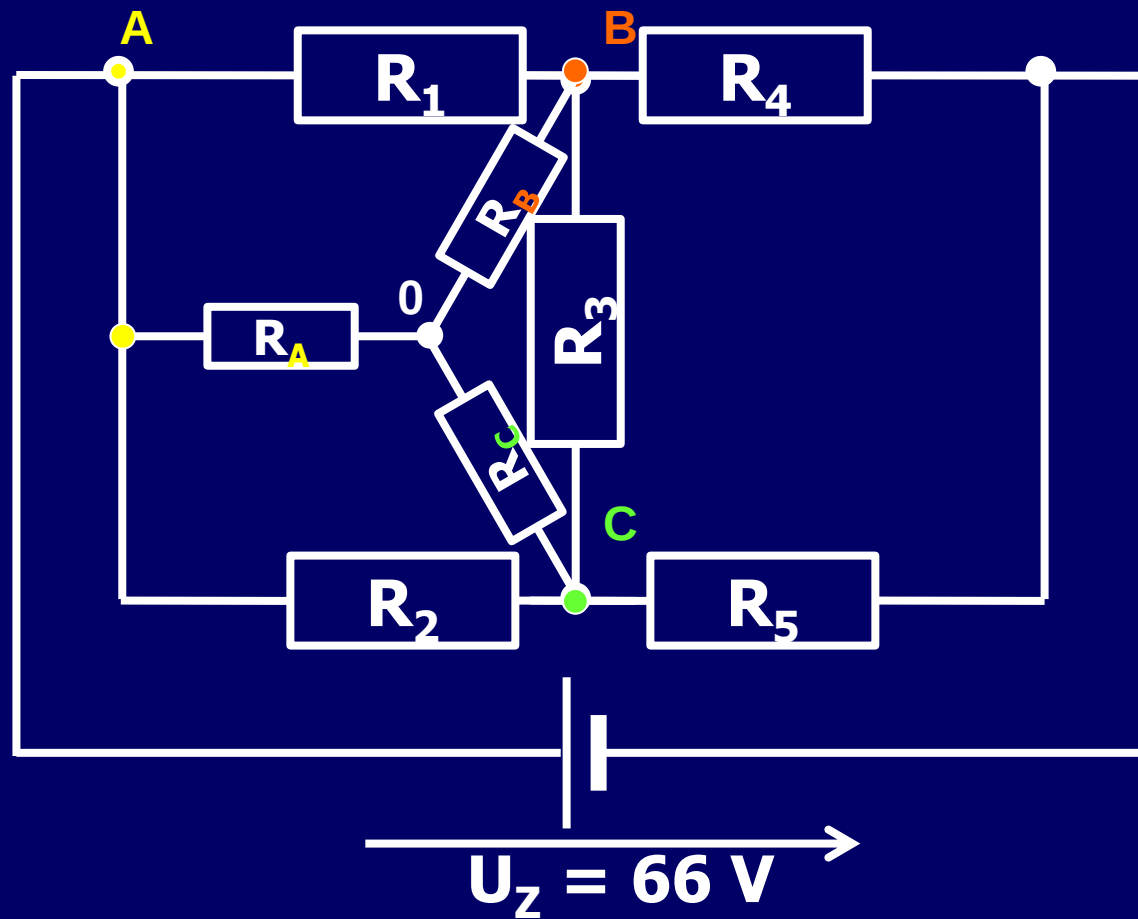


9



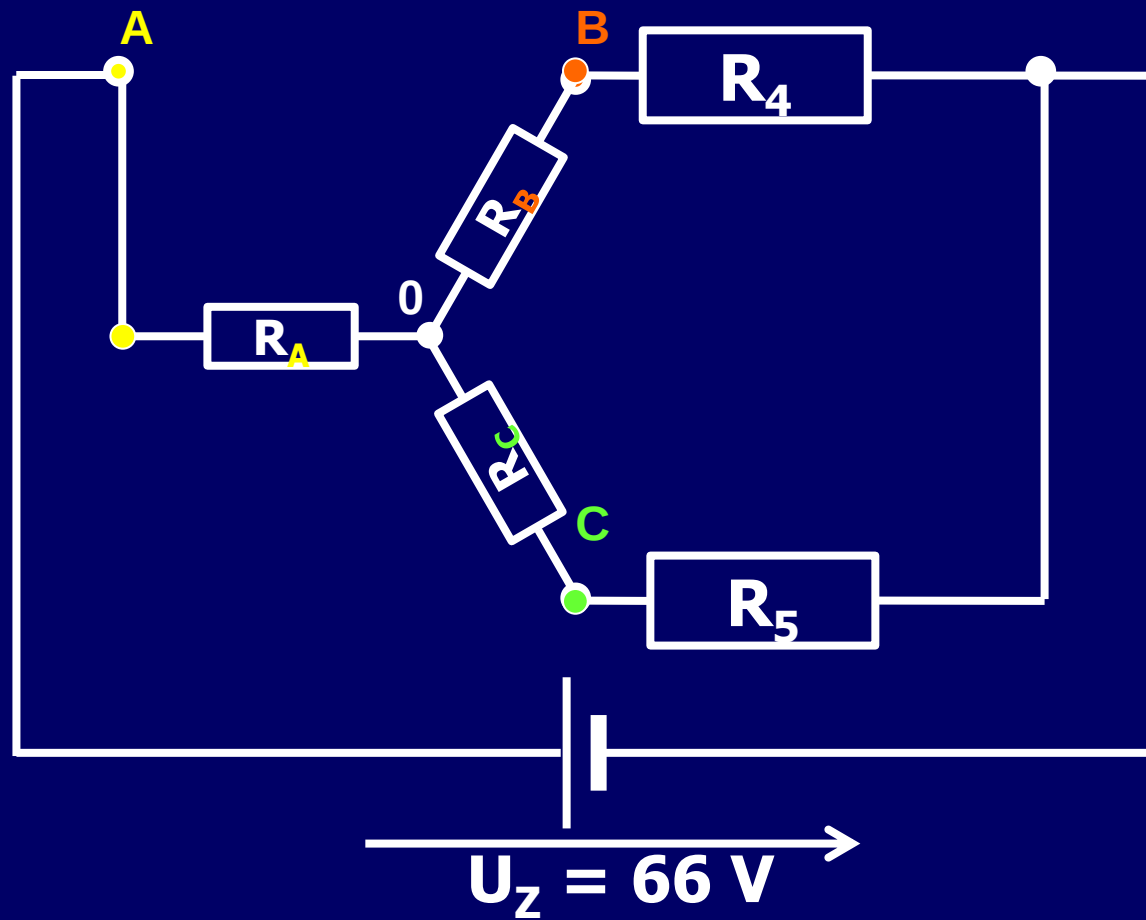


10

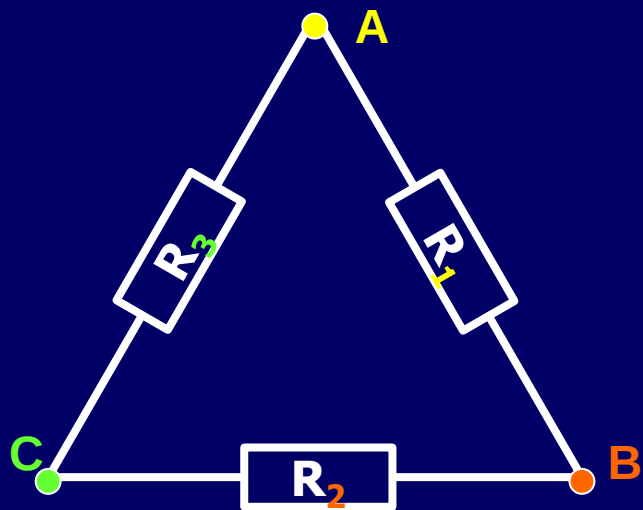


$U_z = 66 \text{ V}$

11

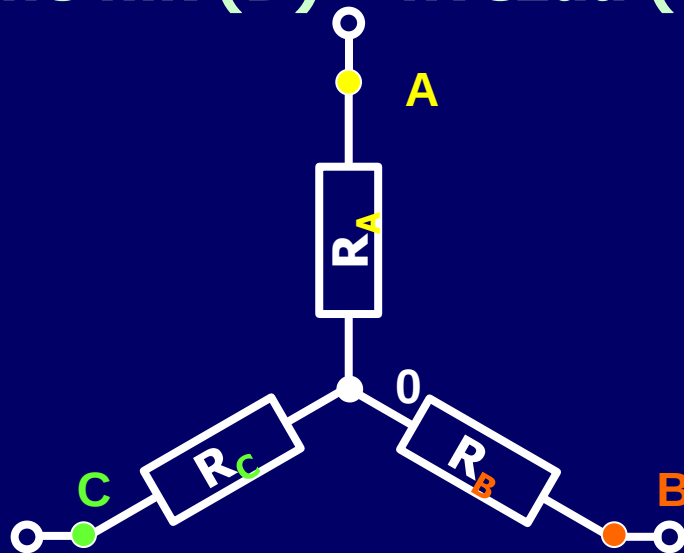


# Přepočet zapojení trojúhelník (D) – hvězda (Y)



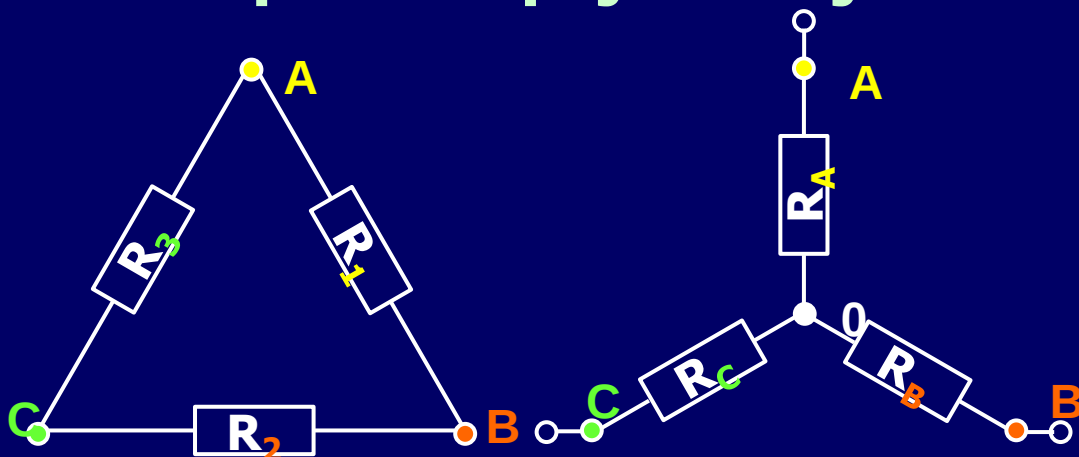
$$R_A = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$



$$R_C = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

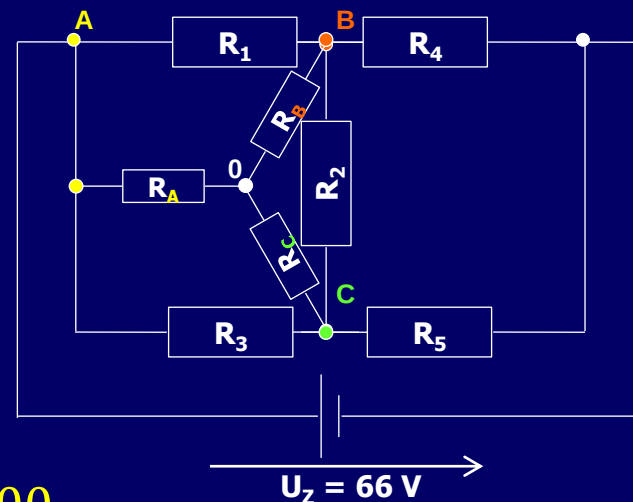
# Přepočet zapojení trojúhelník (D) – hvězda (Y)



$$R_A = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{500 \cdot 200}{200 + 300 + 500} = \frac{100\,000}{1\,000} = 100\Omega$$

$$R_B = \frac{R_2 \cdot R_1}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{300 \cdot 200}{1\,000} = \frac{60\,000}{1\,000} = 60\Omega$$

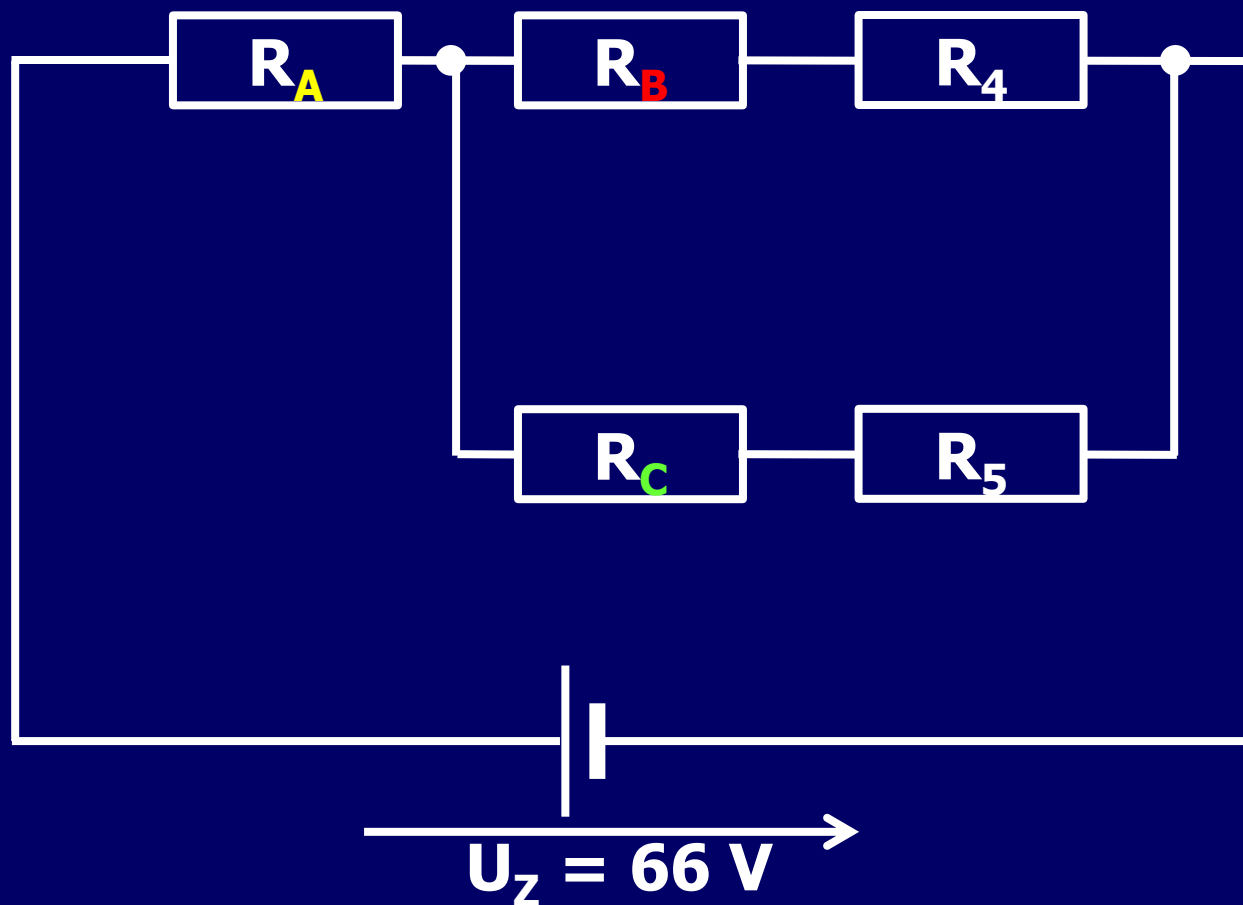
$$R_C = \frac{R_3 \cdot R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{500 \cdot 300}{1\,000} = \frac{150\,000}{1\,000} = 150\Omega$$



**Dáno:**

- $R_1 = 200\ \Omega$
- $R_2 = 300\ \Omega$
- $R_3 = 500\ \Omega$
- $R_4 = 420\ \Omega$
- $R_5 = 10\ \Omega$
- $U_Z = 66\ \text{V}$

# Náhradní schéma zapojení





# 1. Celkový odpor zapojení

- Vypočítáme **CELKOVÝ ODPOR** obvodu postupným zjednodušováním obvodu, až dostaneme výsledný celkový odpor obvodu.

- Odpory zapojené **za sebou** (do *série*) počítáme pomocí vztahu:

$$R_{12..N} = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

- Při **sériovém zapojení je stejný proud** všemi součástkami a na každé součástce je napětí různé velikosti

$$I_{12..N} = I_1 = I_2 = \dots = I_N$$

- Odpory zapojené **POD sebou** (*paralelně*) počítáme pomocí vztahu:

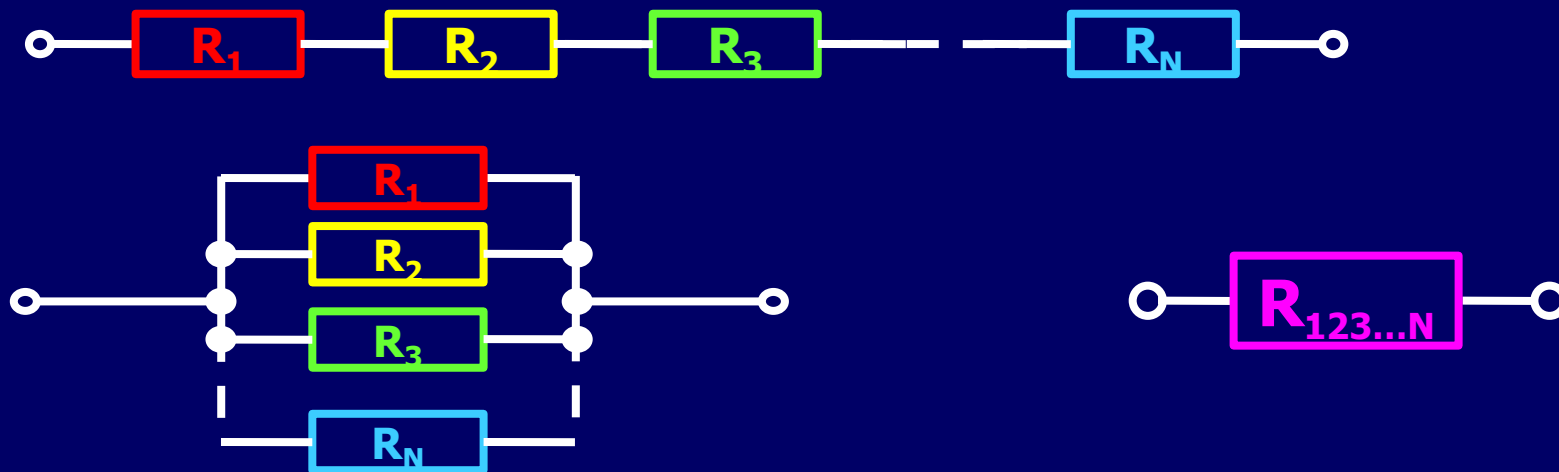
$$\frac{1}{R_{123..N}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

- Při **paralelním zapojení je stejné napětí** na všech součástkách a každou součástkou teče proud různé velikosti

$$U_{12..N} = U_1 = U_2 = \dots = U_N$$

# 1. Celkový odpor zapojení

- Po každém výpočtu odporu si nakreslíme náhradní schéma zapojení a vyznačíme napětí a proudy v obvodu, až poté můžeme pokračovat v dalším zjednodušování
- Pokračujeme až nakreslíme pouze jeden odpor - celkový odpor obvodu







17



## 2. Celkový proud v obvodu

- Vypočítáme **CELKOVÝ PROUD** obvodu

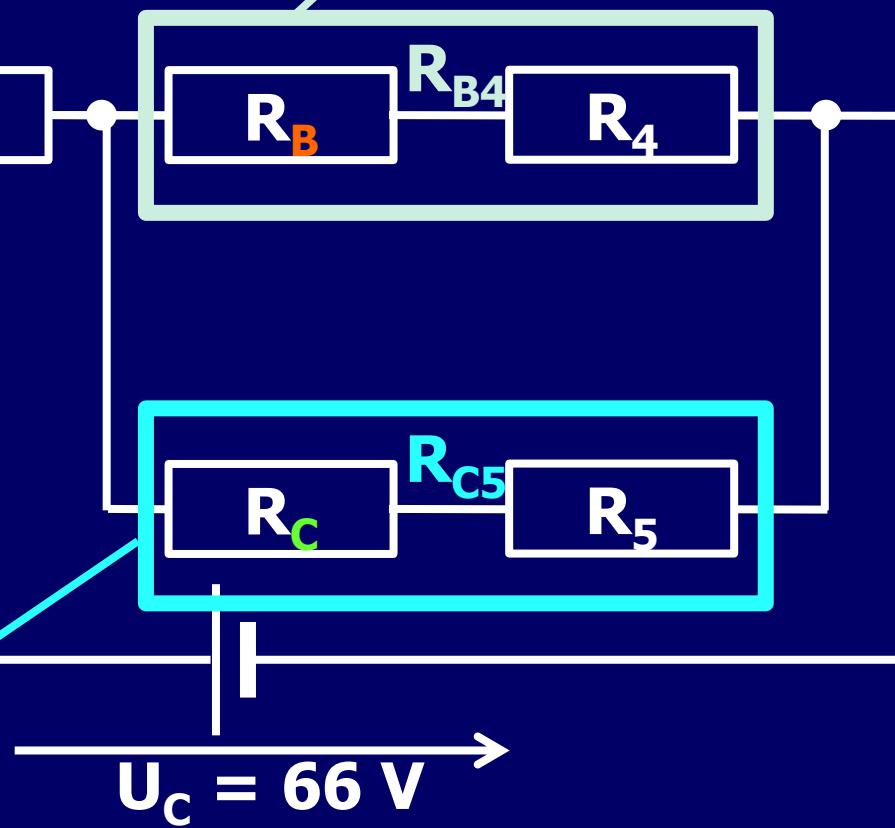
## 3. Dílčí napětí a proudy v obvodu

- Napíšeme si ke každému zjednodušenému zapojení rovnici, co je pro dané zapojení stejné (proud, napětí)
  - **sériové** zapojení – stejné **napětí** na součástkách
  - **paralelní** zapojení – stejný **proud** na součástkách

18

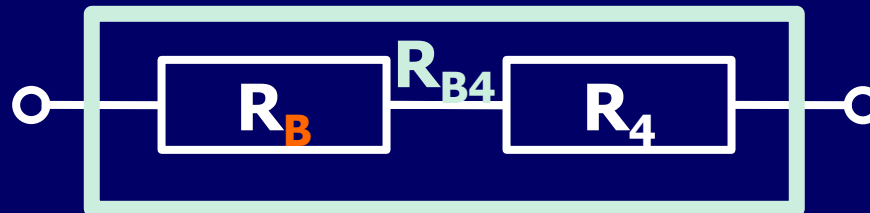
Tyto rezistory jsou do série ( $R_B - R_4$ ).  
Nahradíme je  
jedním, který  
pojmenujeme  $R_{B4}$

Tyto rezistory jsou  
také do série  
( $R_C - R_5$ ).  
Nahradíme je  
jedním, který  
pojmenujeme  $R_{C5}$





# Sériové zapojení odporů



- Odporů zapojené sériově počítáme pomocí vztahu

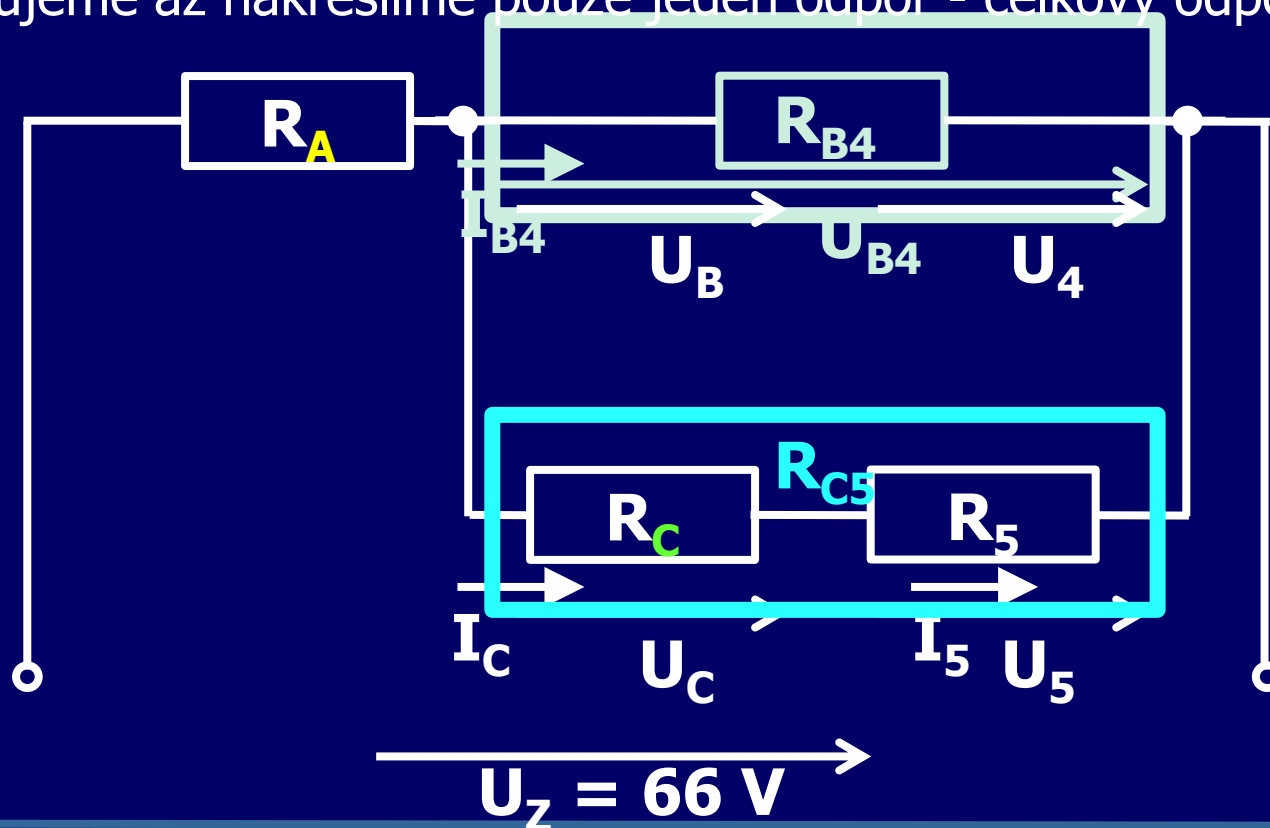
$$R_{B4} = R_B + R_4$$

$$R_{B4} = 60 \, \Omega + 420 \, \Omega = 480 \, \Omega$$

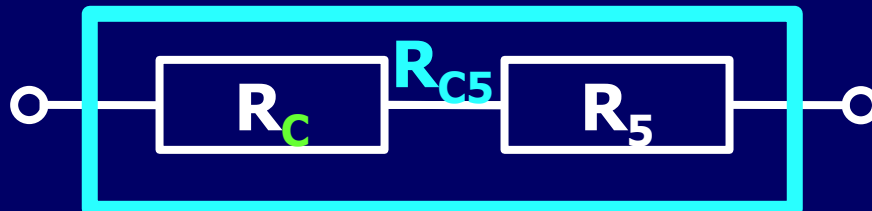


- Po výpočtu odporu si nakreslíme náhradní schéma zapojení
  - nakreslíme pouze jeden odpor – odpor  $R_{B4}$

- Po každém výpočtu odporu si nakreslíme náhradní schéma zapojení a vyznačíme napětí a proudy v obvodu
  - až poté můžeme pokračovat v dalším zjednodušování
- Pokračujeme až nakreslíme pouze jeden odpor - celkový odpor obvodu



# Sériové zapojení odporů



- Odporů zapojené sériově počítáme pomocí vztahu

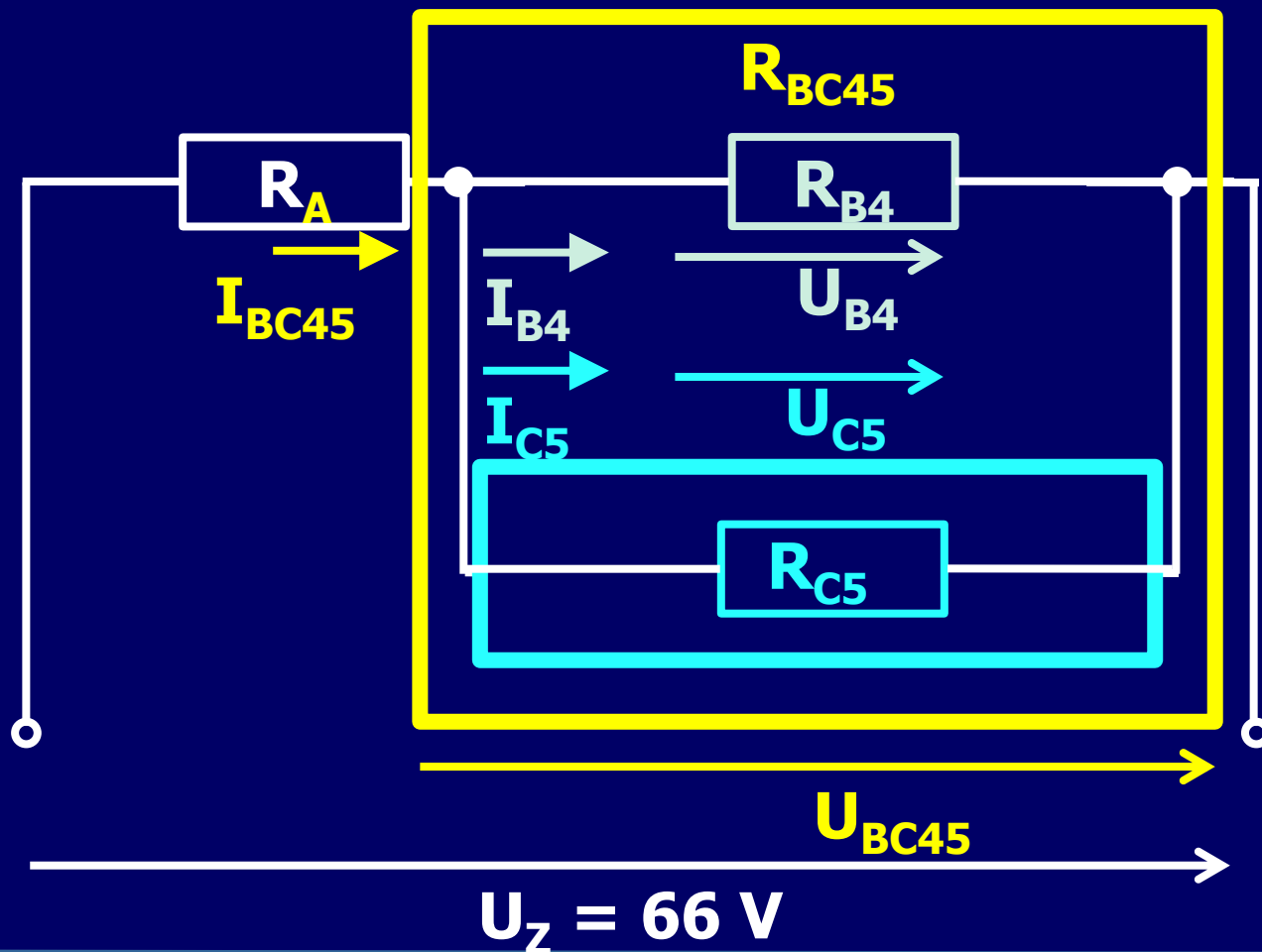
$$R_{C5} = R_C + R_5$$

$$R_{C5} = 150 \, \Omega + 10 \, \Omega = 160 \, \Omega$$



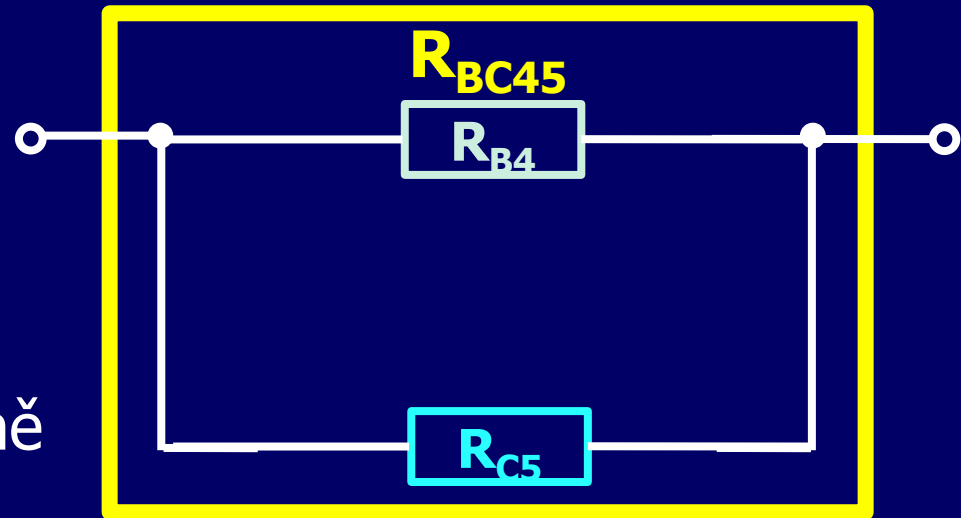
- Po výpočtu odporu si nakreslíme náhradní schéma zapojení
  - nakreslíme pouze jeden odpor – odpor  $R_{C5}$

# Náhradní schéma



# Paralelní zapojení odporů

- Odpory zapojené paralelně počítáme pomocí vztahu



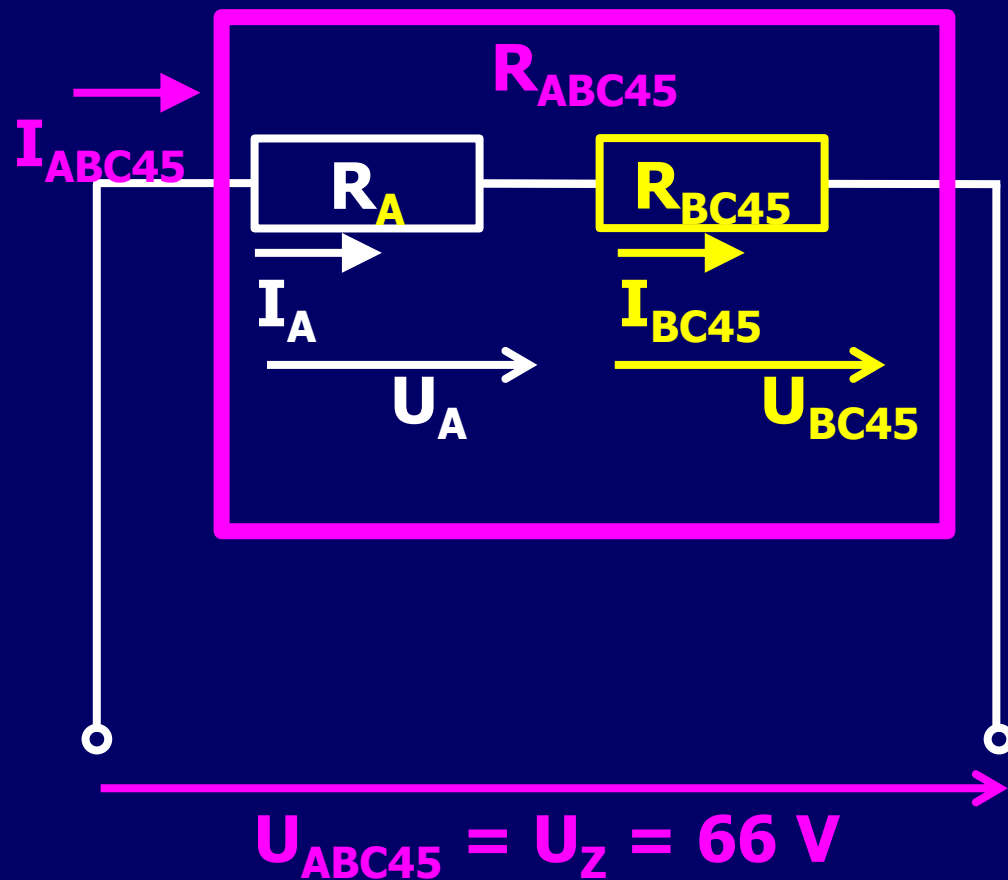
$$\frac{1}{R_{BC45}} = \frac{1}{R_{B4}} + \frac{1}{R_{C5}}$$

$$\frac{1}{R_{BC45}} = \frac{1}{640} + \frac{1}{480}$$

$$\frac{1}{R_{BC45}} = \frac{11}{1620}$$

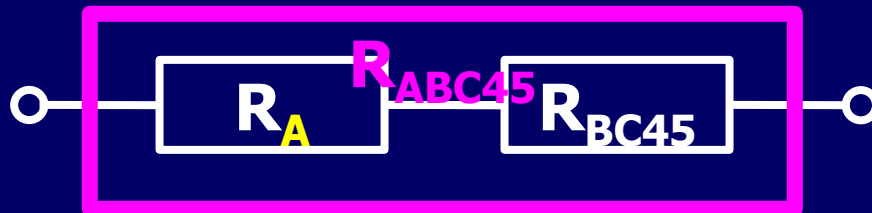
$$R_{BC45} = 120 \Omega$$

# Náhradní schéma





# Sériové zapojení odporů



- Odporů zapojené sériově počítáme pomocí vztahu

$$R_{ABC45} = R_A + R_{BC45}$$

$$R_Z = R_{ABC45} = 100 \, \Omega + 120 \, \Omega = 220 \, \Omega$$

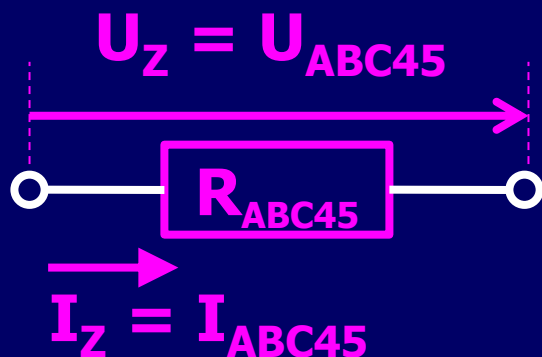


- Po výpočtu odporu si nakreslíme náhradní schéma zapojení
  - nakreslíme pouze jeden odpor – odpor  $R_{ABC45}$



## 2. Celkový proud

- Vypočítali jsme velikost výsledního odporu  $R_Z$ , takže můžeme vypočítat celkový proud
  - viz. postup – bod 2



$$I_Z = U_Z / R_{ABC45}$$

$$I_Z = 66 \text{ V} / 220 \Omega$$

$$\underline{I_Z = 0,3 \text{ A} = 300 \text{ mA}}$$

### 3. Dílčí napětí a proudy v obvodu

- Napíšeme si ke každému vztahu pomocí něhož jsme počítali odpory, rovnici co je pro dané zapojení stejné
  - **sériové** zapojení – stejné **napětí** na součástkách
  - **paralelní** zapojení – stejný **proud** na součástkách
- Nejprve jsme počítali odpor  $R_{B4}$ , jako druhou jsme počítali hodnotu odporu  $R_{C5}$ 
  - obě zapojení jsou sériové ( $R_B - R_4$ ), ( $R_C - R_5$ ) tzn. na rezistorech je stejný proud

$$R_{B4} = R_B + R_4$$

$$R_{C5} = R_C + R_5$$

$$I_{B4} = I_B = I_4$$

$$I_{C5} = I_C = I_5$$

### 3. Dílčí napětí a proudy v obvodu

- jako další jsme počítali odpor  $R_{BC45}$ 
  - jedná se o paralelní zapojení ( $R_{B4} || R_{C5}$ ) tzn. na rezistorech je stejné napětí

$$\frac{1}{R_{BC45}} = \frac{1}{R_{B4}} + \frac{1}{R_{C5}}$$

$$U_{BC45} = U_{B4} = U_{C5}$$

$$R_{ABC45} = R_A + R_{BC45}$$

$$I_{ABC45} = I_A = I_{BC45}$$

- jako poslední jsme počítali odpor  $R_{ABC45}$ 
  - jedná se o sériové zapojení ( $R_A - R_{BC45}$ ), tzn. na rezistorech je stejný proud

# 3. Dílčí napětí a proudy v obvodu

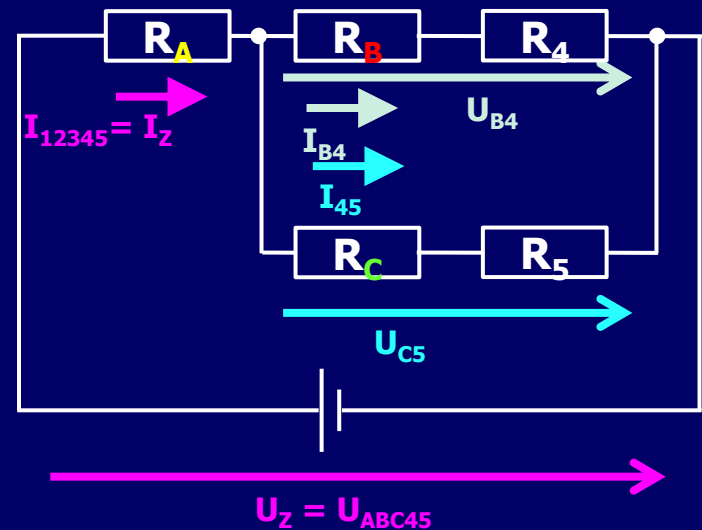
- Takže jsme si zapsali 4 rovnice

$$I_{ABC45} = I_A = I_{BC45}$$

$$U_{BC45} = U_{B4} = U_{C5}$$

$$I_{B4} = I_B = I_4$$

$$I_{C5} = I_C = I_5$$



30

■ K řádku ve kterém je u veličiny (U nebo I) index se všemi čísly (tzn. se všemi názvy odporů), což je v našem případě  $I_{ABC45}$ , napíšeme číselnou hodnotu (0,3 A), kterou jsme v našem případě vypočítali, nebo ji nalezneme v zadání:

$$I_{ABC45} = I_A = I_{BC45} = 0,3 \text{ A}$$

$$U_{BC45} = U_{B4} = U_{C5}$$

$$I_{B4} = I_B = I_4$$

$$I_{C5} = I_C = I_5$$

31

$$I_Z = I_{ABC45} = I_A = I_{BC45} = 0,3 \text{ A}$$

- Napětí k těmto proudům vypočítáme z Ohmova zákona
  - každé **I** potřebuje k sobě do páru **U**, a to vše se stejným indexem

$$U_A = I_Z \cdot R_A$$

$$U_{BC45} = I_Z \cdot R_{BC45}$$

$$U_A = 0,3 \text{ A} \cdot 100 \Omega \quad U_{BC45} = 0,3 \text{ A} \cdot 120 \Omega$$

$$\underline{U_A = 30 \text{ V}}$$

$$\underline{U_{BC45} = 36 \text{ V}}$$

- Máme vypočítané napětí ke všem proudům z první rovnice, tak můžeme počítat proudy k napětím z druhé rovnice. Počítáme z Ohmova zákona.
- Hodnotu napětí  $U_{BC45}$  jsme již počítali, tak ji napíšeme na konec řádku ( $U_{BC45} = 36 \text{ V}$ )

$$U_{BC45} = U_{B4} = U_{C5} = 36 \text{ V}$$

$$I_{B4} = U_{B4} / R_{B4}$$

$$I_{B4} = 36 \text{ V} / 480 \Omega$$

$$\underline{I_{B4} = 0,075 \text{ A}}$$

$$I_{C5} = U_{C5} / R_{C5}$$

$$I_{C5} = 36 \text{ V} / 160 \Omega$$

$$\underline{I_{C5} = 0,225 \text{ A}}$$



- Dále můžeme počítat napětí k proudům z třetí rovnice. Počítáme z Ohmova zákona.
- Hodnotu proudu  $I_{B4}$  jsme již počítali, tak ji napíšeme na konec řádku ( $I_{B4} = 0,075 \text{ A}$ )

$$I_{B4} = I_B = I_4 = 0,075 \text{ A}$$

$$U_B = I_B \cdot R_B$$

$$U_B = 0,075 \text{ A} \cdot 60 \Omega$$

$$\underline{U_B = 4,5 \text{ V}}$$

$$U_4 = I_4 \cdot R_4$$

$$U_4 = 0,075 \text{ A} \cdot 420 \Omega$$

$$\underline{U_4 = 31,5 \text{ V}}$$

34

- Dále můžeme počítat napětí k proudům z čtvrté rovnice. Počítáme z Ohmova zákona.
- Hodnotu proudu  $I_{C5}$  jsme již počítali, tak ji napíšeme na konec řádku ( $I_{C5} = 0,225 \text{ A}$ )

$$I_{C5} = I_C = I_5 = 0,225 \text{ A}$$

$$U_C = I_C \cdot R_C$$

$$U_C = 0,225 \text{ A} \cdot 150 \Omega$$

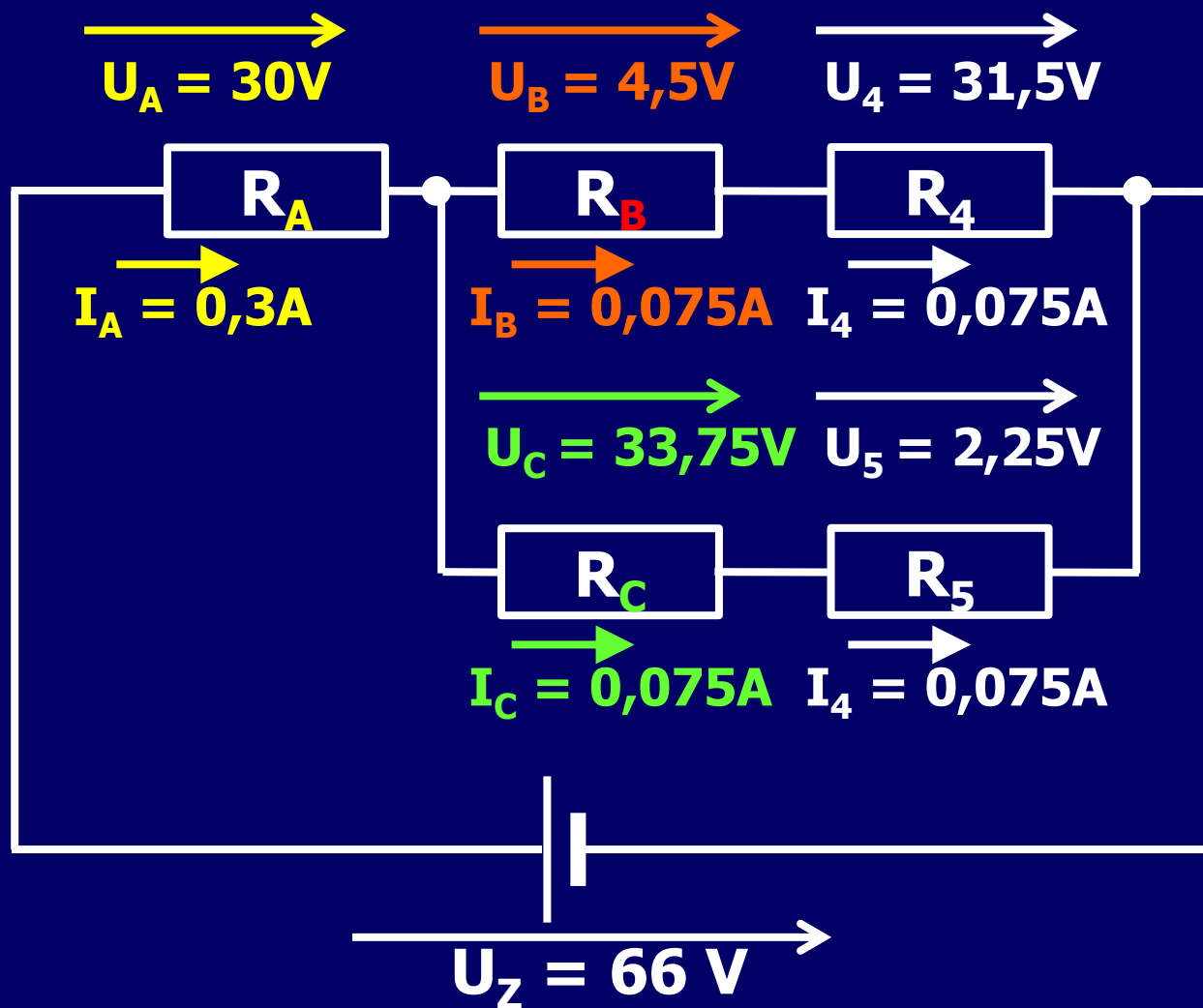
$$\underline{U_C = 33,75 \text{ V}}$$

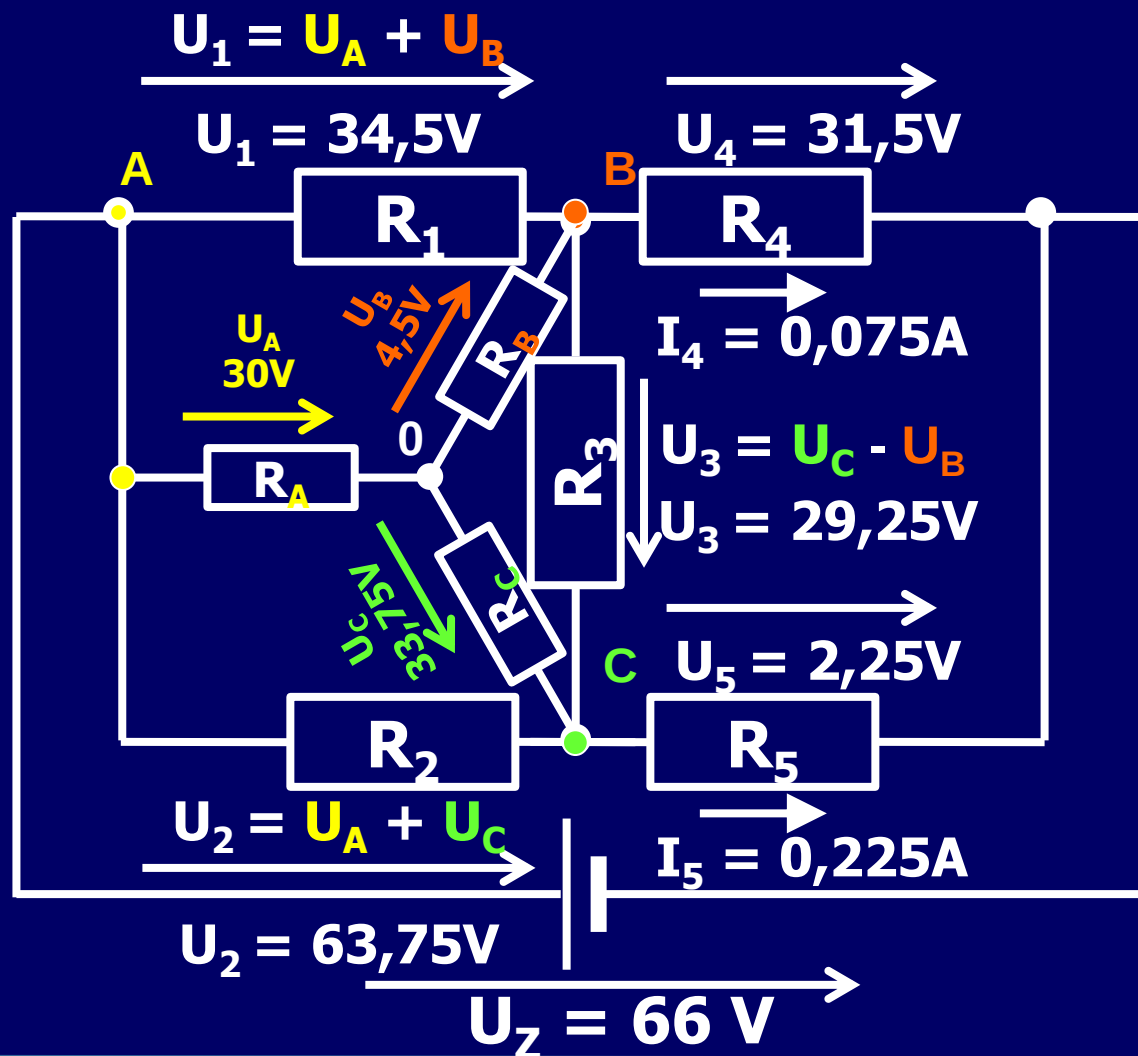
$$U_5 = I_5 \cdot R_5$$

$$U_5 = 0,225 \text{ A} \cdot 10 \Omega$$

$$\underline{U_5 = 2,25 \text{ V}}$$

35







37



## Proudy na $R_1$ , $R_2$ a $R_3$

- Známe napětí na rezistorech  $R_1$ ,  $R_2$  a  $R_3$ , proudy na nich vypočítáme z Ohmova zákona.

$$\mathbf{I_1 = U_1/R_1}$$

$$I_1 = 34,5 \text{ V}/200 \text{ } \Omega$$

$$\underline{\mathbf{I_1 = 0,1725 \text{ A}}}$$

$$\mathbf{I_2 = U_2/R_2}$$

$$I_2 = 63,75 \text{ V}/300 \text{ } \Omega$$

$$\underline{\mathbf{I_2 = 0,2125 \text{ A}}}$$

$$\mathbf{I_3 = U_3/R_3}$$

$$I_3 = 29,25 \text{ V}/500 \text{ } \Omega$$

$$\underline{\mathbf{I_3 = 0,0585 \text{ A}}}$$

# Výsledky

| Napětí   |         | Proud    |          |
|----------|---------|----------|----------|
| označení | hodnota | označení | hodnota  |
| $U_1$    | 34,5 V  | $I_1$    | 0,1725 A |
| $U_2$    | 63,75 V | $I_2$    | 0,2125 A |
| $U_3$    | 29,25 V | $I_3$    | 0,0585 A |
| $U_4$    | 31,5V   | $I_4$    | 0,075 A  |
| $U_5$    | 2,25V   | $I_5$    | 0,225 A  |
| $U_Z$    | 66 V    | $I_Z$    | 0,3 A    |